

CORSO
DI
PETROLEUM ENGINEERING

PARTE TERZA

TESTO DI "RESERVOIR ENGINEERING"

Volume Secondo

SEZIONE IV - MECCANICA DEI FLUIDI NEI MEZZI POROSI

IV.1 - EQUAZIONI DI FLUSSO

1.1 Introduzione

La storia di ogni pool petrolifero può essere divisa in un periodo statico ed in uno dinamico.

Quando un pool viene scoperto si considerano i parametri che sono associati ad esso al momento della scoperta.

Questi parametri come la temperatura, la pressione e il contenuto in fluidi, si sono stabilizzati e, durante un lungo periodo di tempo geologico, hanno raggiunto uno stato di equilibrio. Quando ha inizio la produzione, gli equilibri vengono alterati, si verificano molti cambiamenti e il pool entra nel periodo dinamico.

Il campo della meccanica dei fluidi è quello relativo allo studio del moto dei fluidi di giacimento, che si verifica durante il periodo dinamico.

I sistemi di flusso nei mezzi porosi sono normalmente classificati secondo *a)* il tipo di fluido, *b)* la geometria del sistema e *c)* la velocità con cui il flusso si approssima alle condizioni stazionarie in seguito alla perturbazione provocata da un disturbo qualsiasi al contorno interno del sistema.

Nello studio del flusso una delle caratteristiche dei fluidi di maggior interesse è la comprimibilità ed è in base a questa caratteristica che si classificano i fluidi. Inoltre si hanno due categorie di flusso: *a)* flusso monofase quando il flusso è di un solo fluido, *b)* flusso polifase quando vi sono più fluidi in fase diversa, che si muovono contemporaneamente.

Le geometrie del sistema che maggiormente interessano dal punto di vista pratico sono due: flusso lineare e flusso radiale.

Nel primo tipo le linee di flusso sono parallele e la sezione esposta al flusso è costante. Nel secondo tipo le linee di flusso sono rettilinee e convergenti in un piano verso un centro comune (per esempio il foro del pozzo). Alcune volte può interessare anche lo studio di un sistema sferico in cui le linee di flusso sono rettilinee e convergenti nello spazio verso un centro comune. In realtà, nessuna di queste geometrie è incontrata nello studio dei giacimenti, ma per la maggior parte degli scopi pratici si possono accettare le idealizzazioni indicate sopra. In qualche caso, per esempio nello studio del water flooding e del gas cycling, queste idealizzazioni sono inadeguate e normalmente per questi studi si fa ricorso a modelli.

Per quanto riguarda il punto *c)*, i sistemi di flusso nei mezzi porosi sono classificati in moto transitorio e moto permanente. Nel flusso stazionario o permanente la pressione e la velocità del fluido in ogni punto del sistema sono indipendenti dal tempo.

In altri termini si può dire che nel moto stazionario qualsiasi variazione della pressione in un punto del sistema si trasmette istantaneamente attraverso tutto il sistema stesso, cioè la velocità di propagazione è infinita.

In effetti nessun sistema reale potrà avere questa caratteristica poichè in pratica la velocità di propagazione del disturbo risulta finita ed il tempo neces-

sario per la ristabilizzazione del moto stazionario dipende dalle caratteristiche del sistema poroso e del fluido.

Per un sistema radiale di un liquido comprimibile il tempo di ristabilizzazione è proporzionale al quadrato del raggio del sistema r_e ed inversamente pro-

porzionale alla costante di diffusività $\eta = \frac{k}{c \varnothing \mu}$ cioè:

$$t_R = \frac{0,04 r_e^2}{\eta} = \frac{0,04 c \varnothing \mu r_e^2}{k} \quad (1)$$

Si chiama transitorio il moto che si verifica nel periodo di ristabilizzazione t_R durante il quale la velocità e la pressione sono variabili col tempo.

Dalla formula precedente si può stabilire per un dato sistema di flusso in studio l'importanza che può avere il periodo transitorio e la necessità o meno di tenerne conto per gli scopi pratici.

In qualche caso per cui il sistema non è molto grande e la costante di diffusività è grande, il tempo di ristabilizzazione è piccolo. In questi casi si possono considerare le equazioni del moto permanente.

Nel caso del « water influx » radiale invece, la comprimibilità dell'acqua è bassa, il raggio esterno molto grande, il tempo di ristabilizzazione è pure molto grande. In tal caso le espressioni del moto stazionario non possono essere usate per descrivere il comportamento dell'acquifero, ed è necessario invece ricorrere alle equazioni del moto transitorio.

1.2 Equazioni fondamentali

Scopo fondamentale dell'idrodinamica è quello di trovare, in ogni punto del sistema in studio ed in ogni istante, gli elementi che caratterizzano il moto. Questi elementi sono la pressione e la velocità del fluido. La prima quantità è uno scalare funzione della sezione considerata e del tempo; la seconda quantità è rappresentata da un vettore che è orientato nella direzione media del movimento.

L'equazione differenziale che governa il fenomeno di trasmissione del disturbo di pressione in funzione dello spazio e del tempo si chiama equazione di diffusività.

La soluzione di questa equazione differenziale darà quindi la pressione in funzione dei punti del campo e del tempo.

La velocità o la portata di fluido in funzione del tempo e dello spazio $q = \varnothing(r, t)$ è data dalla equazione di Darcy una volta conosciuta la funzione $p(r, t)$.

Le equazioni espresse nel seguente paragrafo sono valide per il moto di un solo fluido monofase in regime laminare.

Alla base del moto dei fluidi nei mezzi porosi si ha:

- 1) L'equazione di Darcy che dà la relazione tra velocità di filtrazione e gradiente di pressione.
- 2) L'equazione di continuità che traduce in forma analitica il principio di conservazione della massa.
- 3) L'equazione di stato del fluido che mette in relazione la pressione p con la massa specifica ρ del fluido e caratterizza il comportamento del fluido stesso.

Equazione di Darcy. In generale nello studio del moto attraverso i mezzi porosi è inutile ed è altrettanto difficile mettere in conto le effettive velocità del fluido nei singoli punti. Di solito è sufficiente conoscere i valori medi delle velocità relative ad elementi di superficie con andamento trasversale ai filetti. Non si studia in generale il moto dei singoli filetti di liquido ma il moto medio complessivo (statistico) lungo la sezione trasversale della corrente. Invece delle velocità locali della corrente nei singoli punti si considera la velocità media o « velocità di filtrazione » che corrisponde al rapporto fra la portata che attraversa un elemento di superficie trasversale e l'area dell'elemento stesso cioè l'area complessiva inclusa la parte solida. E' evidente che la velocità di filtrazione così definita è sempre inferiore alla velocità media del liquido nei meati porosi. Quindi ad ogni punto del mezzo poroso si possono fare corrispondere una determinata « velocità di filtrazione » ed un valore determinato della pressione o della quota piezometrica. La distribuzione della velocità (rappresentata da un vettore orientato nella direzione media del moto) è legata a quella della pressione (scalare funzione dei punti del campo) da una relazione concettualmente molto semplice e trovata sperimentalmente per la prima volta da Darcy.

Questa relazione dice che la velocità di filtrazione, è direttamente proporzionale al gradiente della quota piezometrica e cioè:

$$V = - f \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad (1)$$

ove f è un coefficiente di proporzionalità, funzione delle caratteristiche del fluido e del mezzo filtrante.

Considerando un intervallo infinitesimo si ottiene la formula in termini differenziali:

$$V = - f \frac{d h}{d s} \quad (2)$$

Tralasciando la teoria dell'analisi dimensionale attraverso cui si arriva alla definizione analitica della costante f , la legge di Darcy si può scrivere, in termini più interessanti per l'applicazione pratica, tenendo presente che la velocità di filtrazione varia direttamente con la permeabilità del mezzo poroso ed inversamente con la viscosità. La (2) si può scrivere:

$$V = - \frac{k}{\mu} \frac{d h}{d s} \quad (3)$$

Nel caso di flusso orizzontale la (3) diventa:

$$V = - \frac{k}{\mu} \frac{d p}{d s} \quad (4)$$

oppure

$$Q = - \frac{A k}{\mu} \frac{d p}{d s}$$

Nel caso di flusso in formazione inclinata rispetto all'orizzontale l'equazione (3) diventa:

$$V = \frac{k}{\mu} \left[- \frac{d p}{d s} + \frac{\varrho}{1,033} \operatorname{sen} \alpha \right] \quad (5)$$

oppure

$$Q = \frac{Ak}{\mu} \left[- \frac{d p}{d s} + \frac{\varrho}{1,033} \operatorname{sen} \alpha \right]$$

dove:

$\frac{d p}{d s}$ = gradiente di pressione atm. per cm. nella direzione s;

ϱ = densità del fluido;

α = angolo d'inclinazione nell'orizzontale;

Q = portata attraverso la sezione di area A.

Equazione di continuità. Con questa equazione si traduce in forma analitica il principio della conservazione della materia cioè il fatto elementare che la massa di un sistema resta costante, essendo la variazione della massa nel tempo uguale alla variazione della massa nello spazio.

L'equazione può essere scritta in funzione di vari sistemi di coordinate, ma data la geometria del sistema che normalmente si deve studiare è utile usare un sistema di coordinate polari.

Con riferimento a questo caso si consideri un'anello di spessore dr il cui volume indichiamo con V . (fig. 1).

Considerando positivo il flusso verso il centro, la superficie esterna sarà attraversata da particelle di fluido che entrano e la superficie interna da particelle che escono.

Nel caso di fluido *incomprimibile*, poichè la massa racchiusa in V non varia, il volume di fluido entrato nell'anello durante un generico intervallo di tempo dovrà eguagliare quello uscito durante lo stesso intervallo. Chiamando con q la portata in volume si avrà:

$$q - \left[q + \frac{dq}{dr} dr \right] = 0$$

$\frac{dq}{dr} = 0$ cioè la portata è uguale in tutti i punti del sistema.

Se il fluido è comprimibile la massa contenuta nel volume V può variare nel tempo in conseguenza di variazioni della densità ϱ del fluido e le sue variazioni durante un generico intervallo devono essere compensate da un corrispondente sbilancio fra la massa entrata in V e quella uscita nel medesimo intervallo di tempo.

In questo caso quindi la differenza delle due portate in peso $\frac{dw}{dr}$ è uguale alla variazione della massa W nel volume V

$$\frac{dw}{dr} dr = \frac{dW}{dt} \quad (6)$$

poichè

$V = 2 \pi r h \varnothing dr$ volume poroso dell'anello considerato;

$W = \varrho V$.

si ha:

$$\frac{d\varrho}{dt} = \frac{1}{2 \pi \varnothing h r} \frac{dw}{dr} \quad (7)$$

che rappresenta l'equazione di continuità per qualsiasi fluido comprimibile nel caso di flusso radiale.

Una analoga equazione potrà essere ricavata per una qualsiasi altra geometria.

Equazione di stato. Questa equazione è una relazione che lega la pressione p alla densità ϱ (o al volume specifico $1/\varrho$) di un fluido cioè in altre parole è l'equazione che tiene conto della comprimibilità del fluido e che caratterizza il fluido stesso.

Per i liquidi la relazione fra il volume e la pressione ad una temperatura costante è data da:

$$\frac{dV}{dp} = -cV \quad (8)$$

dove c è il coefficiente di comprimibilità.

Invece del volume V conviene introdurre la densità del liquido; per questo è sufficiente osservare che il prodotto ϱV che rappresenta la massa fluida è costante rispetto alla pressione.

Differenziando il prodotto ϱV si ha:

$$\varrho dV + Vd\varrho = 0 \text{ e quindi}$$

$$\frac{dV}{V} = - \frac{d\varrho}{\varrho}$$

e sostituendo nella IV.1.2 (8) si ha

$$\frac{d\varrho}{dp} = \varrho c \quad (9)$$

Integrando fra la pressione p_0 e la pressione generica p si ha

$$\varrho = \varrho_0 e^{c(p-p_0)} \quad (10)$$

avendo considerato c costante.

Se c è molto piccolo e p molto grande rispetto a p_0 l'equazione (10) può scriversi

$$\varrho = \varrho_0 (1 + cp) \quad (11)$$

Le equazioni (10) e (11) sono le equazioni di stato per i liquidi.

Per i gas l'equazione di stato si presenta sotto la nota forma che per i gas reali è

$$\frac{p}{\rho} = R_1 Z T \quad (12)$$

dove:

Z = fattore di comprimibilità;

R₁ = costante dei gas riferite all'unità di massa.

Questa costante varia da gas a gas e per il metano vale $52,9 \frac{\text{Kgm}}{\text{Kg C}^\circ}$.

Equazione di diffusività. L'equazione di diffusività è la relazione più generale che regola il flusso dei fluidi nei mezzi porosi, ed è, si può dire, il compendio delle tre equazioni sopra scritte. La risoluzione di questa equazione differenziale permette di determinare sia la pressione che la velocità in qualsiasi punto del mezzo poroso in funzione del tempo. Il suo nome deriva dall'applicazione alla diffusione del calore, per cui è stata dapprima derivata. Infatti il flusso del calore, della corrente elettrica e dei fluidi nei mezzi porosi possono essere descritti dalla medesima equazione.

Consideriamo il flusso radiale di un liquido comprimibile verso il centro del sistema.

Chiamiamo con q la portata in volume e con p + dp la pressione al raggio r + dr.

La portata q al raggio r sarà più grande della quantità dq per effetto dell'espansione del fluido contenuto nell'elemento cilindrico di spessore dr dove la pressione è diminuita con una velocità dp/dt.

La variazione della portata in peso dw fra il raggio r ed r + dr per effetto dell'espansione del volume elementare cilindrico considerato, nel tempo dt, è data dall'equazione di continuità (IV.1.2.7).

$$dw = 2 \pi \varnothing r h \frac{dq}{dt} dr$$

Introducendo in quest'equazione la legge di stato (IV.1.2.9) si ottiene la variazione della portata in peso dw in funzione della variazione di pressione dp.

$$\frac{dw}{dr} = 2 \pi \varnothing r h c \rho \frac{dp}{dt} \quad (13)$$

D'altra parte la variazione di portata $\frac{dw}{dr}$ può essere ottenuta dalla legge

di Darcy tenendo presente che la portata in peso è w = ρ q, dove q è la portata in volume, e che la portata q = v · A = v · 2 π rh:

$$w = \rho q = 2 \pi r h \rho \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (14)$$

Differenziando si ottiene:

$$dw = 2 \pi h \varrho \frac{k}{\mu} d \left[r \frac{dp}{dr} \right] \quad (15)$$

Eguagliando le due espressioni (13) e (15) e semplificando si ottiene:

$$\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{k}{\varnothing \mu c} \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left[r \frac{\delta p}{\delta r} \right]$$

Sviluppando la derivata del secondo membro si ha:

$$\frac{\delta p^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta p}{\delta r} = \frac{\varnothing \mu c}{k} \frac{\delta p}{\delta t} \quad (16)$$

Questa equazione differenziale è l'equazione di diffusività per i liquidi.

Chiamando con $\eta = \frac{k}{\varnothing \mu c}$ la costante di diffusività, l'equazione (16) diventa:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta p}{\delta r} = \frac{1}{\eta} \frac{\delta p}{\delta t} \quad (17)$$

Per i gas seguendo il medesimo procedimento ed introducendo l'equazione di stato relativa si ottiene:

$$\frac{\delta p^2}{\delta t} = \eta \left[\frac{\delta^2(p^2)}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta(p^2)}{\delta r} \right] \quad (18)$$

È bene tenere presente che le equazioni differenziali sopra date valgono per un flusso piano radiale.

Ovviamente analoghe equazioni possono essere ricavate per qualsiasi geometria sia lineare che spaziale.

Per un sistema lineare il termine che corrisponde alla simmetria radiale non

ha significato ($\frac{1}{r} \frac{\delta p}{\delta r} = 0$).

Quindi per un flusso lineare dove l'elemento di linea è x le equazioni (17) e (18) divengono:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\delta p}{\delta t} \quad (17 \text{ bis})$$

$$\frac{\delta p^2}{\delta t} = \eta \left[\frac{\delta^2(p^2)}{\delta x^2} \right] \quad (18 \text{ bis})$$

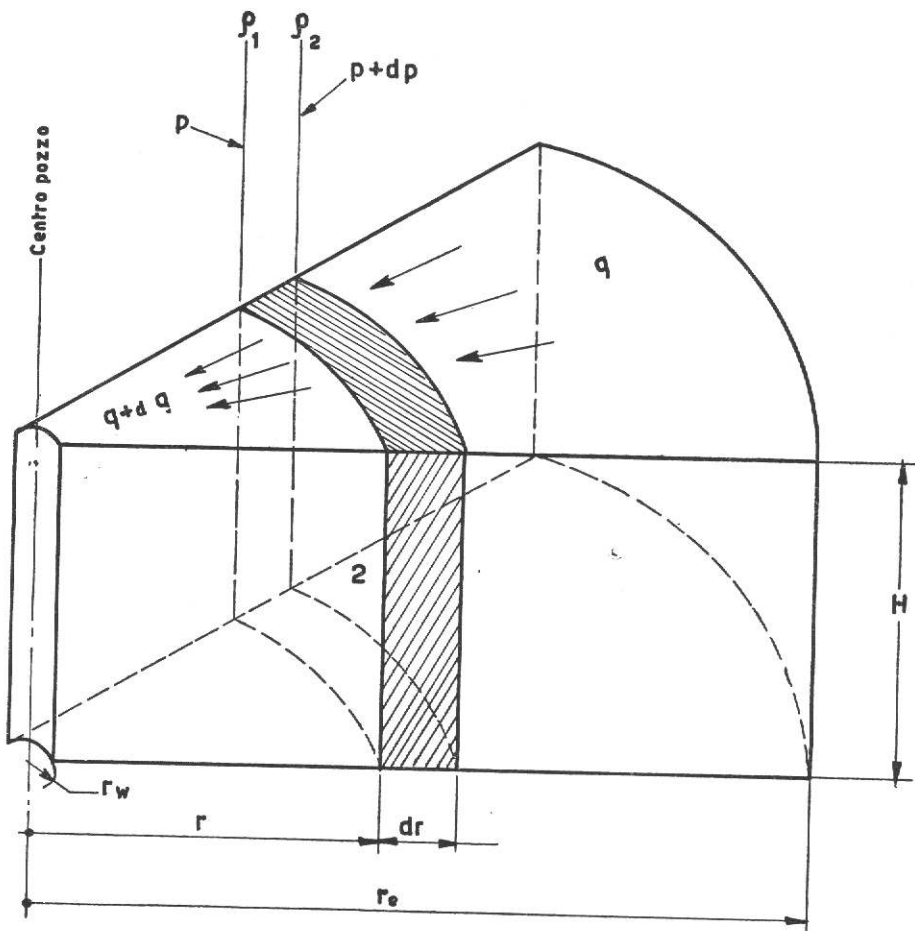


Fig.1
 Schema di flusso di fluido, comprimibile
 verso i pozzi

IV.2 - FLUSSO IN REGIME PERMANENTE

2.1 Generalità

La dinamica del flusso di un fluido in fase singola è strettamente governata dal meccanismo di regime permanente, solo quando la costante η diventa infinitamente grande.

L'equazione differenziale fondamentale che governa questo tipo di flusso è:

$$\frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} = 0 \quad (1)$$

Le condizioni necessarie per l'applicazione di questa equazione si hanno esattamente quando il fluido è incomprimibile.

In questo caso infatti $c = 0$ e quindi $\eta = \infty$.

L'equazione (IV.2.1.1) si presta egualmente bene sia per il caso di condizioni al contorno variabili nel tempo, che per condizioni costanti, purchè nel primo caso sia soddisfatta la condizione di η molto grande. In queste condizioni infatti la variazione di pressione al contorno e il ristabilimento della pressione avvengono quasi istantaneamente.

L'equazione (IV.2.1.1) vale per un sistema aperto cioè nel caso in cui ci sia un flusso di fluido attraverso il limite esterno del sistema. In questo caso infatti la pressione p_e rimane costante per una data portata q di flusso. Per esempio quando la pressione statica di un giacimento si stabilizza per effetto di un'attivo water drive, si può applicare l'equazione (1) poichè la pressione al limite esterno del sistema rimane costante ed il fluido prodotto dai pozzi è spiazzato dall'acqua che attraversa il limite esterno della zona mineralizzata.

L'integrazione dell'equazione (1) è di rapida esecuzione.

Consideriamo un flusso radiale verso un pozzo di raggio r_w in uno strato orizzontale di spessore e permeabilità uniforme.

Chiamiamo con p_w la pressione al foro del pozzo e con p_e la pressione al raggio esterno del sistema.

L'equazione (1) può essere trasformata in

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{dp}{dr} \right] = 0$$

cioè:

$$r \frac{dp}{dr} = \text{costante} = C_1$$

da cui:

$$dp = C_1 \frac{dr}{r}$$

Integrando si ha:

$$p = C_1 \ln r + C_2$$

Introducendo i limiti sopra dati si ottiene

$$p = p_w + \frac{p_e - p_w}{\ln \frac{r_e}{r_w}} \ln \frac{r}{r_w}$$

Questa relazione si può chiamare in termini generali la risoluzione dell'equazione di diffusività nel caso in cui $\eta = \infty$ ed è strettamente applicabile al flusso dei fluidi incomprimibili e con condizioni al contorno costanti.

Dal punto di vista pratico questa soluzione può essere applicata anche per i fluidi comprimibili nel caso in cui η sia molto grande e sempre per condizioni al contorno costanti.

Questa soluzione praticamente può essere applicata anche per i fluidi comprimibili nel caso in cui il tempo di ristabilimento t_r sia molto piccolo.

Questa condizione si ha sia quando il valore η è molto grande sia quando le dimensioni del sistema in istudio sono piccole. Poichè il valore di η in linea di massima non varia in modo considerevole da sistema a sistema, per l'applicazione del moto permanente determinanti sono le dimensioni del sistema stesso.

È evidente che le equazioni del moto permanente possono essere usate in qualsiasi caso, purchè non interessi conoscere il comportamento dei parametri caratteristici del moto durante il periodo transitorio e nel caso in cui le condizioni al contorno rimangono costanti.

2.2 Equazioni particolari

Per conoscere la portata di fluido che passa in flusso permanente attraverso un dato sistema di dimensioni geometriche date oppure la pressione in un dato punto per una determinata portata è necessario integrare l'equazione di Darcy. È inoltre necessario conoscere le caratteristiche del fluido, poichè la portata q in volume varierà con la pressione, secondo l'equazione di stato dei singoli fluidi.

La portata in peso in un sistema radiale è dato dalla (IV.1.2) (14).

$$w = 2 \pi \frac{k}{\mu} h_0 r \frac{dp}{dr}$$

L'integrazione di questa equazione per un fluido incomprimibile, lasciando in evidenza la densità ρ è data dalla seguente espressione.

$$w = \frac{2 \pi h k}{\mu} \rho \frac{(p_e - p_w)}{\lg \frac{r_e}{r_w}}$$

Per un fluido incomprimibile dove la densità ρ è indipendente dalla pressione

la portata in volume $q = \frac{w}{\rho}$ è data dalla seguente espressione

$$q = \frac{2 \pi h k}{\mu} \frac{(p_e - p_w)}{\lg \frac{r_e}{r_w}} \quad (2)$$

Per un liquido comprimibile l'integrazione della IV.1.2 (14), tenendo presente la IV.1.2 (9), dà

$$w = \frac{2 \pi h k}{\mu c} \frac{(\rho_e - \rho_w)}{\ln \frac{r_e}{r_w}}$$

Introducendo l'equazione di stato dei liquidi $\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}$ (ρ_0 è la densità alla pressione di riferimento p_0) la portata in volume alla pressione p_0 risulta:

$$q = \frac{2 \pi h k}{\mu c} \frac{1}{\ln \frac{r_e}{r_w}} \left[e^{c(p_e - p_w)} - 1 \right] \quad (3)$$

Il termine fra parentesi sviluppato in serie dà:

$$e^{c(p_e - p_w)} - 1 = c(p_e - p_w) + c^2 \frac{(p_e - p_w)^2}{2} + \dots$$

Per i liquidi con coefficienti di comprimibilità c inferiori a 10^{-4} si possono trascurare i termini di ordine superiore al primo ed in questo caso l'equazione IV.2.2 (3) diventa uguale a quella dei fluidi incomprimibili.

Le equazioni del flusso permanente presentate finora sono state derivate usando il sistema di misura c.g.s. per un liquido comprimibile e per una geometria radiale.

Nella tabella n. 1 riassuntiva si danno le formule del regime permanente nei sistemi di misura più usati nella pratica per i due tipi di fluido (gas e liquido) e per due geometrie (radiale e lineare).

TABELLA I

Equazioni del flusso permanente per fluidi omogenei

		Unità miste		Unità pratiche		
Portata	Q	cc/sec (15° C 1 atm)	barili al giorno (60° F — 14,7 psi)	cuft/giorno (60° F — 14,7 psi)	mc/giorno (15° C, 1 atm)	
Pressione	p	atm	psia ⁽¹⁾	psia	Kg/cmq	
Area		cmq	Sqft	Sqft	m²	
Lunghezza		cm	ft	ft	mt	
Viscosità		cp	cp	cp	cp	
Temperatura	T _r	°K	°R	°R	°K	
Permeabilità	K	darcy	darcy	darcy	md	
<i>Flusso lineare</i> Liquido		$Q = \frac{KA (p_1 - p_2)}{B_o \mu L}$	$Q = 1,127 \frac{AK (p_1 - p_2)}{L B_o}$	$Q = 6,33 \frac{AK (p_1 - p_2)}{L \cdot B_o}$	$Q = 0,00864 \frac{KA (p_1^2 - p_2^2)}{B_o \mu L}$	
Gas		$Q = 139,39 \frac{KA (p_1^2 - p_2^2)}{T_r Z \mu L}$	$Q = 22,62 \frac{KA \cdot (p_1^2 - p_2^2)}{T_r Z \mu L}$	$Q = 127,05 \frac{KA (p_1 - p_2^2)}{T_r Z \mu L}$	$Q = 1,20434 \frac{KA (p_1^2 - p_2^2)}{T_r Z \mu L}$	
<i>Flusso radiale</i> Liquido		$Q = \frac{2 \pi hK (p_e - p_w)}{\mu B_o \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 7,07 \frac{Kh (p_e - p_w)}{\mu B_o \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 39,6 \frac{hK (p_e - p_w)}{\mu B_o \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 0,028 \frac{hK (p_e - p_w)}{\mu B_o \ln \frac{r_e}{r_w}}$	
Gas		$Q = 278,79 \frac{Kh (p_e^2 - p_w^2)}{T_r Z \mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 38,3459 \frac{Kh (p_e^2 - p_w^2)}{T_r Z \mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 215,3312 \frac{Kh (p_e^2 - p_w^2)}{T_r Z \mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$	$Q = 2,2572 \frac{KA (p_1^2 - p_2^2)}{T_r Z \mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$	

(1) psia = psi + 14,70

Z = Fattore di comprimibilità del gas

IV.3 - FLUSSO IN REGIME TRANSITORIO

3.1 Significato dell'equazione di diffusività

Da un punto di vista matematico l'equazione IV.1.2 (17) è del tipo di Fourier. Questo tipo di equazione governa tutti i fenomeni transitori che si registrano in natura come per esempio la diffusione del calore e della elettricità. Per tale ragione nei problemi di flusso di fluido attraverso i mezzi porosi in cui la soluzione matematica è difficile, si utilizza questa equazione per ottenere una soluzione diretta dai modelli elettrici o termici che riproducono in una scala conveniente il fenomeno.

La soluzione dell'equazione di diffusività dà la variazione di una caratteristica del fenomeno, nello spazio e nel tempo, (per esempio pressione, temperatura). Il fenomeno « non permanente » è sempre funzione dello spazio e del tempo, ma in questi casi il fenomeno ha un carattere transitorio perchè presenta delle forti variazioni all'inizio che tendono nel tempo, verso un carattere stazionario. E' questa la caratteristica principale dei moti transitori. Per esempio se si sfrutta un giacimento con una portata costante la variazione della pressione col tempo in un punto qualsiasi presenta delle caratteristiche tipicamente transitorie (fig. 1) cioè una forte caduta di pressione all'inizio che diminuisce progressivamente col tempo.

Analogamente se imponiamo una determinata caduta di pressione al contorno interno la portata presenta in funzione del tempo un andamento simile come in fig. 2.

L'integrazione dell'equazione differenziale di Fourier presenta delle difficoltà se si vuole una soluzione generale. Per determinate condizioni ai limiti sono già state trovate delle soluzioni di carattere universale introducendo parametri adimensionali.

Difficoltà molto maggiori si incontrano nell'integrazione dell'equazione per il flusso di gas, data la non linearità dell'equazione stessa.

3.2 Tipi di geometrie

Per geometria s'intende la conformazione del giacimento e non la sua struttura microscopica. Le soluzioni di Hurst e Van Everdingen si riferiscono solo ai sistemi radiali e lineari.

Un giacimento radiale simmetrico viene definito da due cilindri concentrici coassiali, le superfici laterali dei quali fungono da contorni esterno ed interno e le cui proprietà fisiche variano solo in funzione della distanza dall'asse di simmetria. Quest'ultima caratteristica implica che ogni proprietà fisica è funzione di una sola variabile e precisamente della distanza radiale « r ». Nei sistemi per i quali la geometria consiste solo in un settore cilindrico, si possono usare i risultati che si ottengono nel caso dell'ipotesi puramente radiale. Questo sistema può essere immaginato, considerando un cilindro circolare tagliato da due piani che si intersecano lungo l'asse di simmetria e formano un angolo α .

Un giacimento lineare viene definito da due piani paralleli i quali fungono da limiti o contorni, mentre le caratteristiche fisiche variano solo con la distanza

fra i due piani. In natura la geometria dei giacimenti non è sempre simile a questa idealizzazione ma con buona approssimazione si può adattare la geometria reale a quella idealizzata.

Per esempio quando un giacimento è costituito come in fig. 3 dove le due faglie che limitano la zona mineralizzata convergono verso l'alto si può assimilare questo sistema ad una geometria radiale simmetrica con angolo α .

Invece se le faglie sono parallele o divergono leggermente come in fig. 4 lo studio può essere effettuato considerando un sistema geometrico lineare o unidimensionale.

Nel caso che la struttura sia costituita da un'anticlinale si può assumere una geometria radiale simmetrica di raggio equivalente R e con angolo di 2π radianti (vedi fig. 5).

Quando l'anticlinale è molto allungata è possibile suddividerla in quattro zone distinte come si vede in fig. 6. Lungo le superfici AB e CD si possono applicare le soluzioni per il flusso radiale mentre lungo BC e AD quelle per il flusso lineare. Nel caso in cui l'asse maggiore dell'elisse è considerevolmente più grande dell'asse minore le zone in cui si applica il flusso radiale possono essere trascurate.

La bontà della scelta del tipo di geometria da adottare nei casi pratici dipende dall'abilità e dall'esperienza di colui che fa il piano di coltivazione. Si fa presente che sensibili scostamenti nella forma del contorno hanno pochissima influenza sui risultati finali. Questa affermazione è giustificata dal fatto che le soluzioni matematiche considerano la zona mineralizzata ad olio od a gas molto piccola, praticamente una sorgente puntiforme, in confronto alle dimensioni della zona ad acqua. Molto importante e determinante per il risultato finale è invece l'assunzione del tipo di flusso cioè se radiale o lineare.

Quando si parla delle dimensioni della zona mineralizzata ad idrocarburi queste dimensioni devono essere considerate sempre in relazione alla zona ad acqua.

Il valore del rapporto fra la zona ad acqua e quella ad olio o a gas determina in generale due tipi ben distinti di comportamento: acquifero infinito nel caso in cui il rapporto è molto grande, acquifero finito nel caso in cui il rapporto è piccolo. Questi due tipi di acquiferi possono essere meglio definiti in rapporto alla propagazione del disturbo di pressione.

Si deve considerare l'acquifero infinito quando la propagazione del disturbo non raggiunge il limite esterno nel periodo di tempo necessario per lo sfruttamento totale della zona ad olio.

Zona ad acquifero finito è considerata quella in cui la propagazione del disturbo raggiunge il limite esterno in un tempo ragionevolmente breve ed in ogni caso, prima dell'esaurimento della zona ad olio.

È chiaro quindi che, anche se la zona ad acqua è piccola rispetto alla zona ad olio, si avrà un comportamento simile a quella con acquifero infinito fino a quando la perturbazione non raggiunge il limite esterno.

Generalmente si considera l'acquifero infinito quando il rapporto $\frac{\text{volume acquifero}}{\text{volume zona olio}}$ è > 2000 e nel caso di flusso radiale quando il rapporto dei raggi $\frac{R_w}{R_o} > 30$. (dove R_w e R_o sono i due raggi equivalenti dell'acquifero e della zona olio).

Oltre ai problemi di flusso interessanti l'entrata di acqua in una zona ad olio, problemi a cui si è fatto riferimento finora per le esemplificazioni, una importante applicazione delle soluzioni dell'equazione di diffusività è quella relativa alle risalite di pressione che si registrano dopo la chiusura del pozzo.

La forma della curva di risalita della pressione in funzione del tempo presenta la caratteristica comune a tutti i fenomeni transitori.

3.3 Soluzioni per varie condizioni ai limiti

I problemi che generalmente interessano nell'analisi del comportamento dei giacimenti sono di due tipi:

- Problemi di portata costante. In questo caso si presume noto l'andamento della portata o della produzione in funzione del tempo e si calcola la caduta cumulativa di pressione al contorno interno del sistema.
- Problemi di pressione costante. In questo caso noto l'andamento della pressione al contorno interno del sistema, si calcola l'afflusso cumulativo di fluido.

Per entrambi i casi sono state trovate le soluzioni sia con giacimento infinito che finito e supponendo una portata costante e una pressione costante.

Nei problemi pratici in cui si può avere una variazione continua nel tempo sia della portata che della pressione, i problemi sono risolti utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Le soluzioni sono presentate in funzione di quantità adimensionali.

Caso della portata costante. In questo caso le condizioni ai limiti sono:

- 1) Il gradiente di pressione al raggio $r = l$ ha un valore unitario.
Per raggio $r = l$ si intende il contorno interno del sistema (per esempio contatto acqua-olio) poichè r ha un significato adimensionale ed è uguale al rapporto fra il raggio interno e un raggio generico del sistema.
- 2) Al tempo zero la caduta di pressione al raggio $r = l$ è uguale a zero. Cioè la pressione è uniforme in tutti i punti del sistema.
- 3) Dal tempo zero in poi la portata di fluido che esce dal contorno interno del sistema è costante uguale a q .

Con queste condizioni ai limiti la caduta cumulativa di pressione al tempo t è ottenuta dalla seguente espressione

$$\Delta p = \frac{q \mu}{2 \pi h k} p(t_D) \quad (1)$$

dove $p(t_D)$ è funzione del tempo adimensionale t_D .

Questa funzione è rappresentata graficamente nella fig. 7. Il tempo t_D adimensionale necessario per determinare il valore $p(t_D)$ è espresso dalla seguente relazione:

$$t_D = \frac{k t}{\mu \phi c r_o^2} \quad (2)$$

Note quindi le caratteristiche fisiche $\phi c k$ e le caratteristiche geometriche r ed h , le equazioni (1) (2) diventano:

$$\begin{aligned} \Delta p &= (\text{cost.})_1 \cdot q \cdot p(t_D) \\ t_D &= (\text{cost.})_2 \cdot t \end{aligned}$$

ed è quindi semplice, nota la portata q , calcolare la caduta di pressione cumulativa al tempo t .

Caso della portata variabile. Supponiamo che la portata in funzione del tempo assuma l'andamento come in fig. 9.

Un aumento di portata potrebbe essere giustificato per esempio da un aumento del numero dei pozzi completati.

Dato il carattere lineare dell'espressione IV-3.3 (1) è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. La caduta di pressione Δp_0 provocata dalla portata q_0 al tempo t è per la IV.3.3 (1).

$$\Delta p_0 = \frac{q_0 \mu}{2 \pi h k} p(t_D)$$

In seguito all'aumento di portata da q_0 a q_1 si ha dopo il tempo t_1 una caduta supplementare di pressione Δp_1 corrispondente alla portata supplementare $(q_1 - q_0)$ data sempre dallo IV-3-3 (1).

$$\Delta p_1 = \frac{(q_1 - q_0) \mu}{2 \pi h k} p(t_D - t_{D1})$$

Un'analoga considerazione può essere fatta per un'ulteriore aumento di portata $(q_2 - q_1)$.

$$\Delta p_2 = \frac{(q_2 - q_1) \mu}{2 \pi h k} p(t_D - t_{D2})$$

La caduta di pressione totale al tempo $t > t_2$ sarà quindi:

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_0 + \Delta p_1 + \Delta p_2 = \frac{\mu}{2 \pi h k} (q_0 p(t_D) + (q_1 - q_0) p(t_D - t_{D1}) + (q_2 - q_1) p(t_D - t_{D2}))$$

La forma generale è evidentemente:

$$\Delta p_{tot} = \frac{\mu}{2 \pi h k} (q_0 p(t) + \sum_1^n (q_n - q_{n-1}) p(t_D - t_{Dn})) \quad (3)$$

La caduta di pressione Δp al contatto acqua olio è rappresentata in fig. 9. Da questo si nota che immediatamente dopo la variazione di portata di olio la variazione di Δp segue il carattere transitorio del fenomeno come già visto per il caso di portata costante. Fisicamente questo si spiega pensando che l'aumento della portata di produzione dell'olio da q_0 a q_1 si trasmette con ritardo nella zona ad acqua. All'atto dell'aumento di portata, l'acqua che entra in giacimento rimane uguale al valore che si aveva con la portata q_0 .

L'effetto della trasmissione del disturbo nel tempo fa sì che la portata di acqua si approssimi al valore della nuova portata di olio q_1 e quindi si ha la diminuzione della caduta di pressione nel tempo. Come si vede in fig. 9 finchè la

portata rimane costante, ad intervalli di tempo uguali si ha una caduta di pressione che diminuisce e questo fenomeno che si ripete per ogni aumento di portata, ha effetti maggiori quanto più grandi sono gli aumenti di portata.

Caso della pressione costante. In questo caso le condizioni ai limiti sono:

- 1) Al tempo zero la pressione in tutti i punti del sistema è uniforme e uguale ad 1 e quando il giacimento o il pozzo vengono aperti la pressione al limite interno $r = 1$ cade a zero e rimane a zero al tempo t generico. Questo fisicamente rappresenta una caduta di pressione unitaria.

Per pressione in questo caso s'intende il termine adimensionale $\frac{p}{p_i}$ fra la

pressione p ad un tempo t generico e la pressione p_i iniziale. Chiamando sempre con $p(t_D)_{r=1}$ la soluzione di questo problema, la portata di fluido che passa attraverso il contorno interno è data secondo l'equazione di Darcy da:

$$q(t) = \frac{2 \pi k h}{\mu} \left(r \frac{\delta p}{\delta r} \right)_{r=1} \quad (4)$$

dove $q(t)$ è la portata istantanea al tempo reale t .

La portata è istantanea in quanto questa quantità varia con il raggio della zona disturbata e questa varia col tempo.

L'efflusso cumulativo di fluido attraverso il contorno interno durante il tempo reale t , tenendo presente che il tempo reale è legato al tempo adimensionale attraverso la relazione IV.3.3 (2) è ottenuto con la seguente espressione:

CORSO DI PETROLEUM ENGINEERING

Per meglio capire il fenomeno fisico scriviamo l'equazione (4) sotto la seguente forma:

$$q(t) = \frac{2 \pi h k}{\mu} \cdot Q'(t_D) \quad (7)$$

dove $Q'(t) = \frac{dQ(t_D)}{dt}$ funzione adimensionale della portata equivalente alla derivata

vata nel tempo della funzione adimensionale dell'afflusso cumulativo.

Confrontando l'espressione (7) con l'equazione del flusso permanente in un determinato istante dato da:

$$q(t) = \frac{2 \pi h k}{\mu \ln \frac{r_c}{r_s}} \quad (8)$$

si ha:

$$Q'(t) \approx \frac{1}{\ln \frac{r_c}{r_s}}$$

Quindi:

$$r_c = r_s e^{1/Q'(t_D)} \quad (9)$$

Quest'espressione dà la variazione del raggio col tempo attraverso la funzione $Q'(t)$.

r_c rappresenta il raggio della zona influenzata dal disturbo $\Delta p = 1$. Poiché come si vede in fig. 10 la funzione $Q'(\bar{t})$ diminuisce col tempo \bar{t} , è evidente che r_c aumenterà col tempo come si nota dall'equazione (9).

Quindi dall'equazione (8) si vede che la portata $q(t)$ diminuisce e invece il volume cumulativo aumenta con incrementi sempre minori - fig. 11.

Caso della pressione variabile. Come nel caso precedente la sovrapposizione degli effetti permette la risoluzione del problema pur supponendo una variazione continua della pressione nel tempo. Supponiamo per esempio un andamento di pressione nel tempo come in fig. 12 che potrebbe rappresentare la pressione al contatto acqua-olio. Si vuole calcolare l'entrata d'acqua cumulativa al tempo t generico.

L'afflusso cumulativo al tempo t provocato dalla caduta di pressione Δp_0 è dato dalla:

$$W_0 = C \Delta P_0 Q(\bar{t}_D)$$

L'afflusso cumulativo al tempo t provocato dalla caduta di pressione Δp_1 che ha inizio al tempo t_1 è dato dalla:

$$W_1 = C \Delta p_1 Q(\bar{t}_D - \bar{t}_{D1})$$

È evidente che la forma generale dell'espressione che dà l'afflusso cumulativo al tempo t è la seguente:

$$W_{\text{tot}} = W_0 + W_1 + W_2 \dots W_n = C \left[\Delta p_0 \cdot Q(\bar{t}) + \sum_1^n \Delta p_n Q(\bar{t} - t_n) \right] \quad (10)$$

In entrambi i casi studiati si è supposta una funzione discontinua dei parametri pressione portata per facilitare la comprensione del problema.

È evidente che più piccoli sono gli intervalli di tempo in cui si divide il tempo totale, maggiore sarà l'approvazione alla realtà.

Nel caso in cui ci si trovi in presenza di una funzione continua sia della pressione che della portata, in linea teorica sarebbe necessario sostituire l'integrale alla sommatoria. Nel caso della pressione variabile per esempio l'espressione (10) dovrebbe essere:

$$W_{\text{tot}} = C \int_0^t dp Q (t_D - \bar{t}_D) dt$$

In pratica però si sostituisce alla curva continua una successione di livelli a parametro costante in modo da poter utilizzare l'espressione (10).

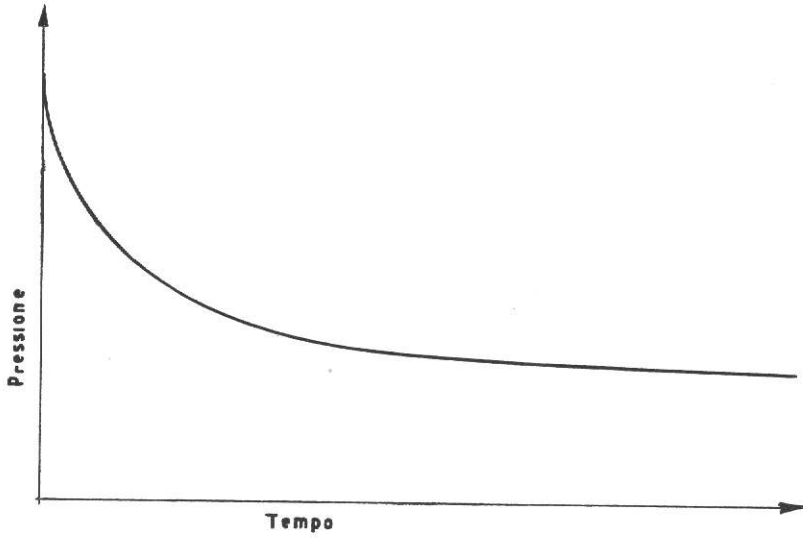


Fig.1
Andamento della pressione durante
il fenomeno transitorio

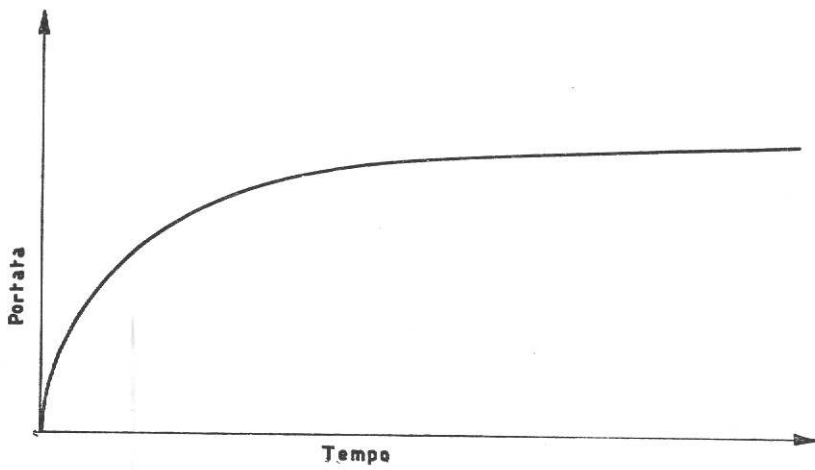


Fig. 2 .
Andamento della portata durante
il fenomeno transitorio

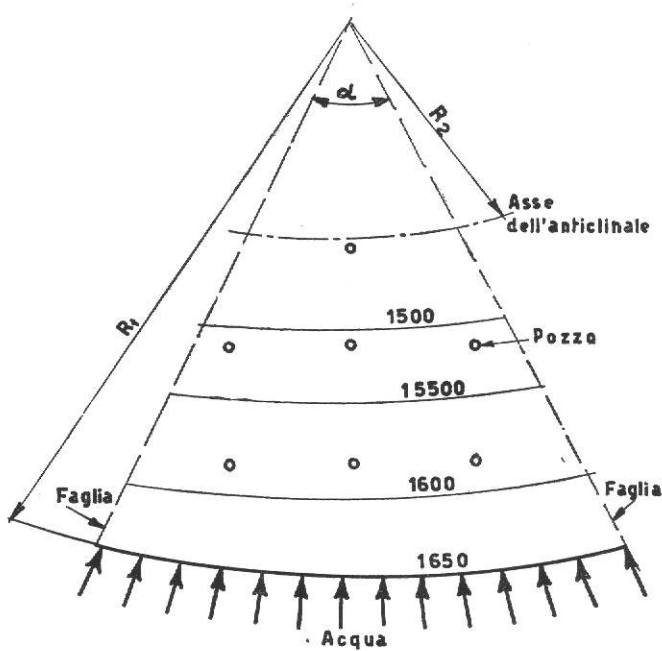


Fig. 3
 Giacimento con geometria radiale
 simmetrica con angolo α radianti
 (vista in pianta)

Zona produttiva: $(\frac{\alpha}{2} r_2^2 - r_1^2)$

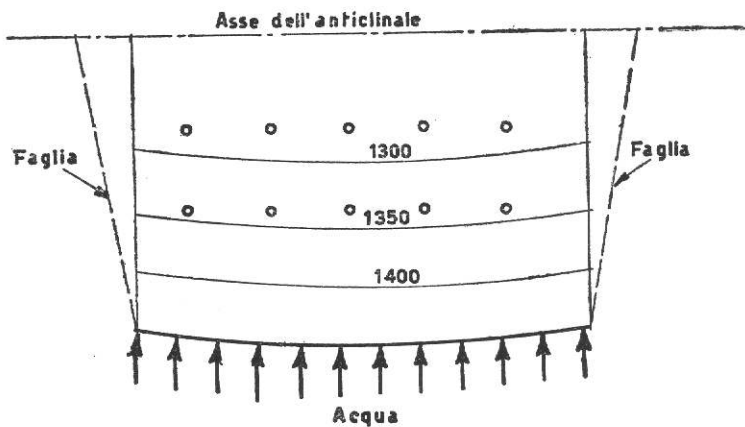


Fig. 4
 Giacimento con geometria
 lineare (vista in pianta)

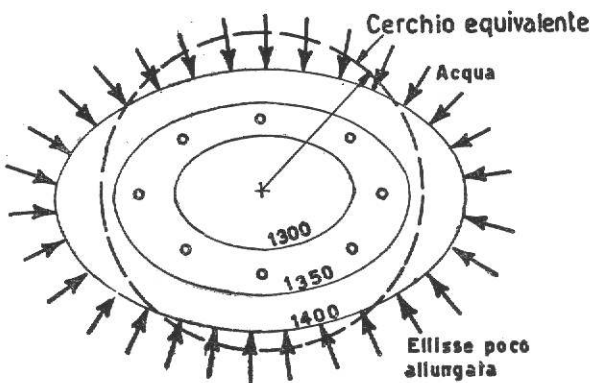


Fig. 5
 Giacimento con geometria radiale
 simmetrica con angolo 2π radianti
 (vista in pianta)

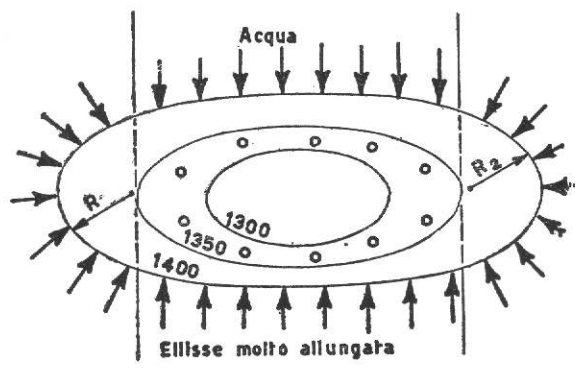


Fig. 6
 Giacimento con geometria radiale
 e lineare (vista in pianta)

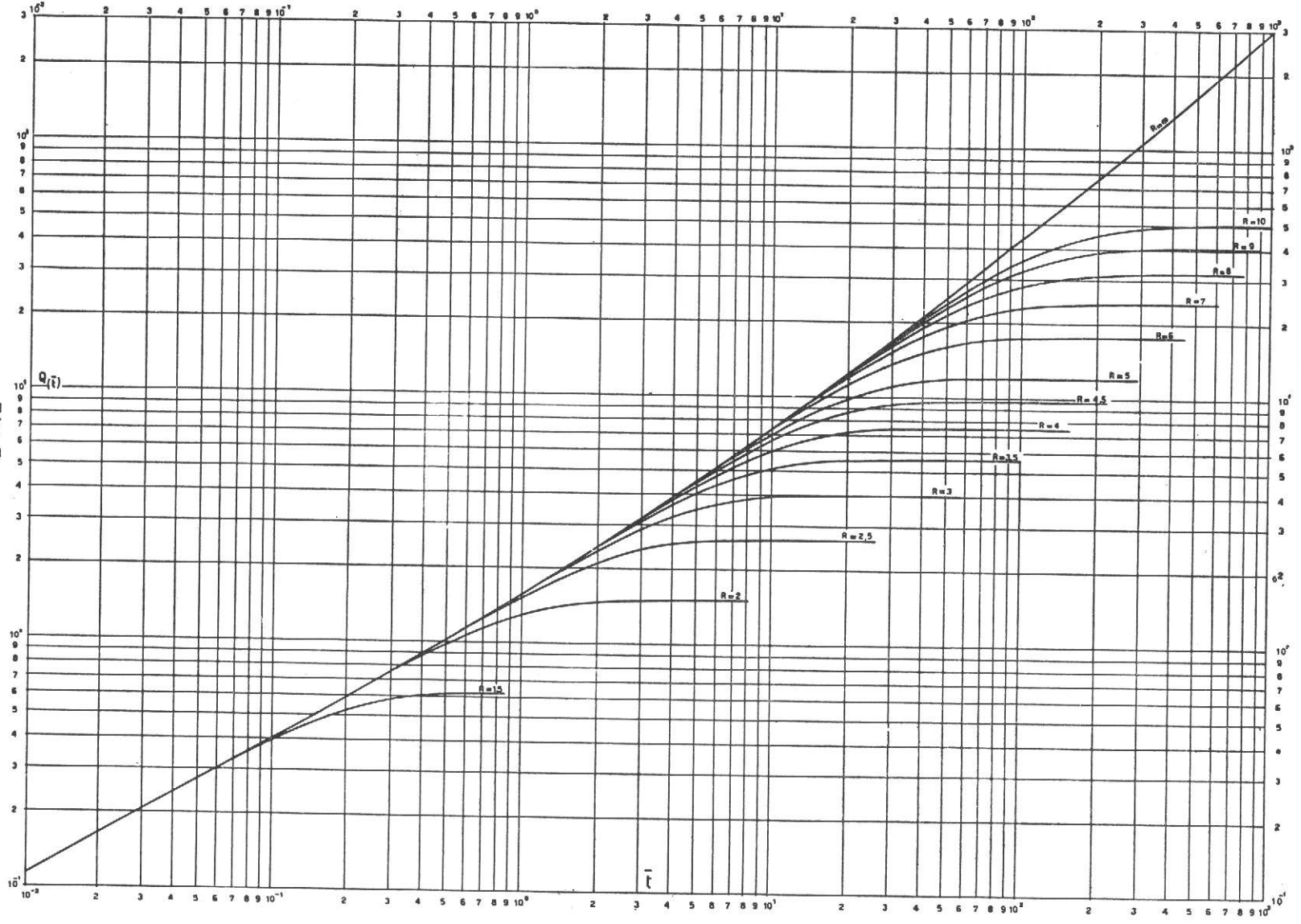


Fig. 7

Caso della pressione costante.
 Portata adimensionale $Q(\bar{t})$ in funzione
 del tempo adimensionale \bar{t}

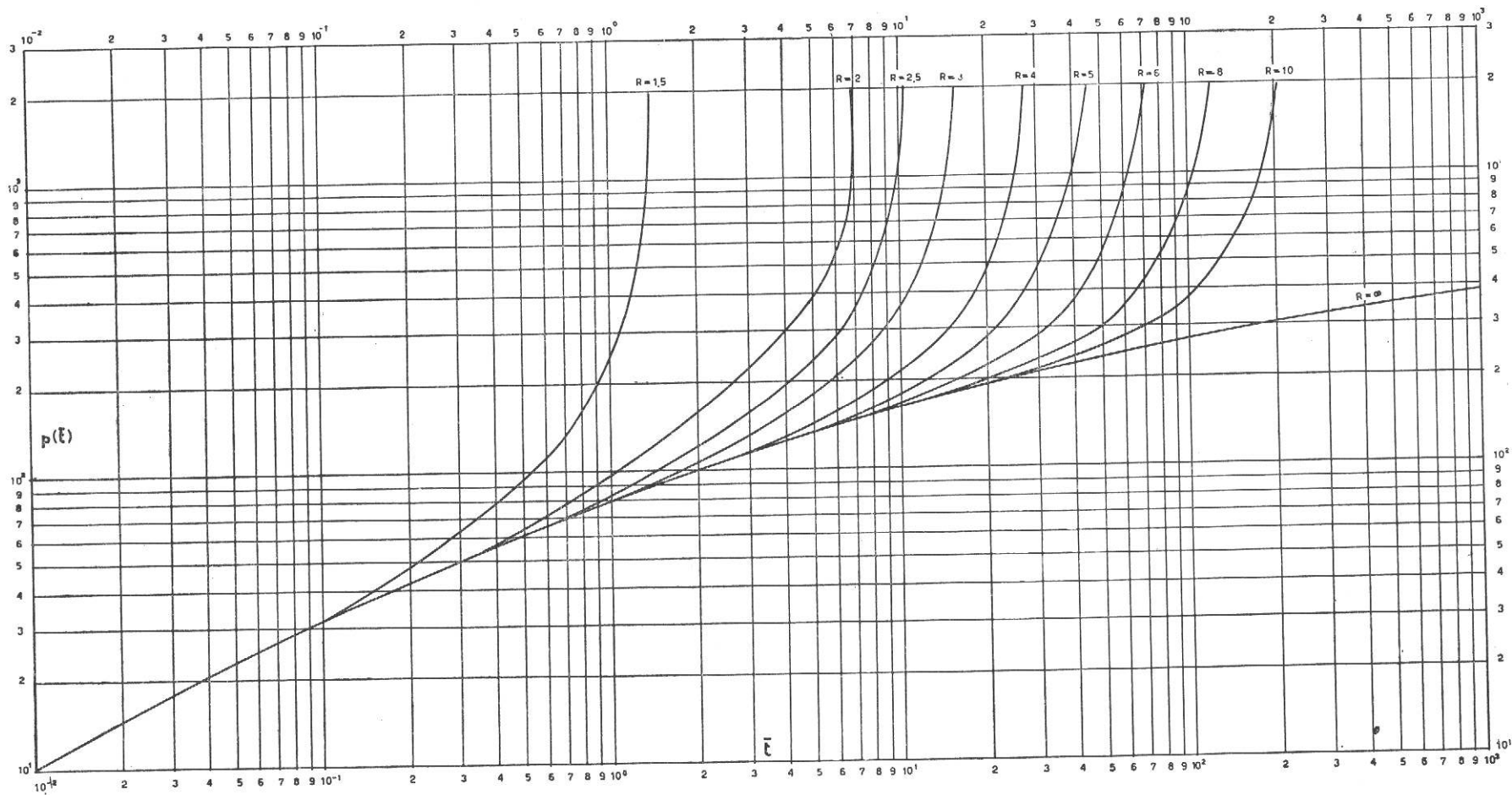


Fig.7 bis

Caso della portata costante.
 Pressione adimensionale $p(\bar{t})$ in
 funzione del tempo adimensionale \bar{t}

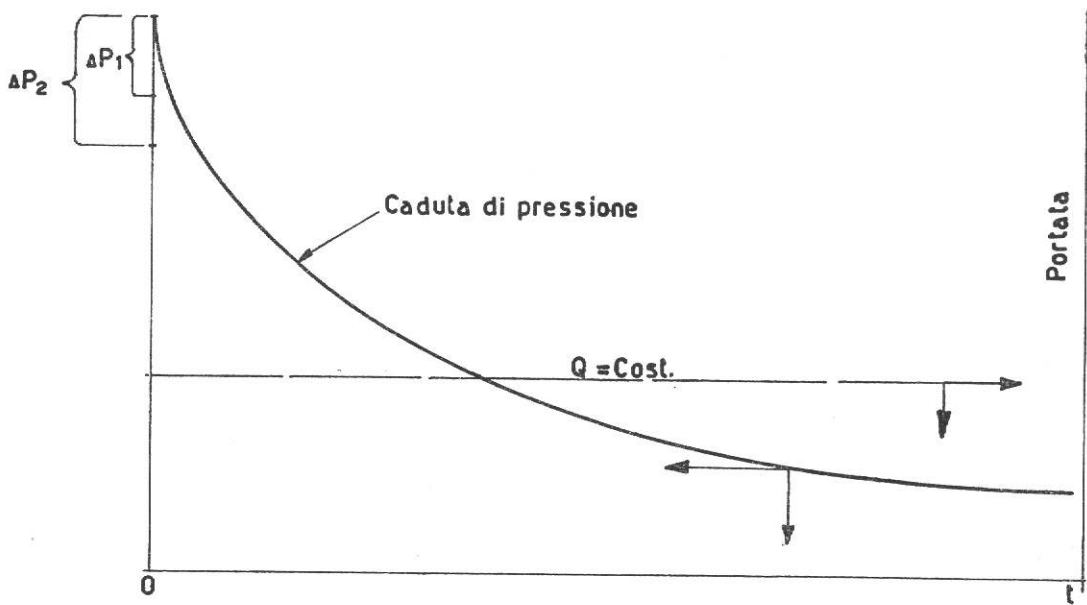
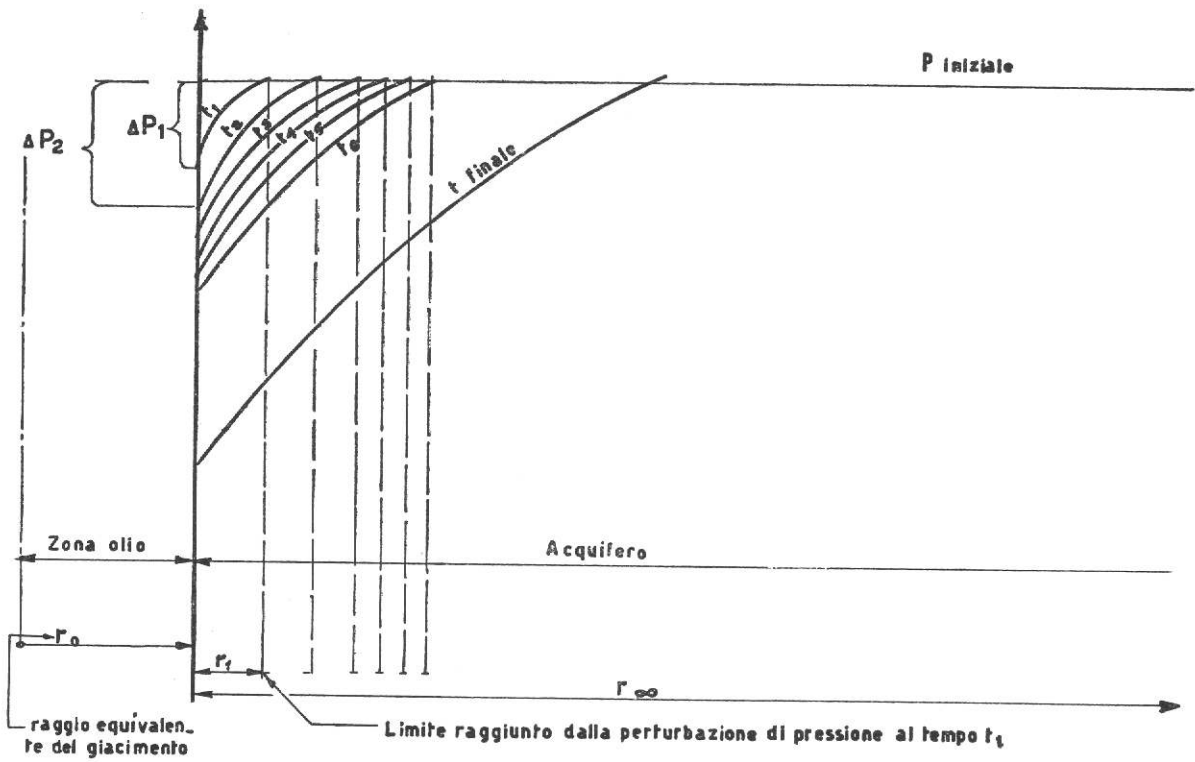


Fig. 8
Caso della portata costante

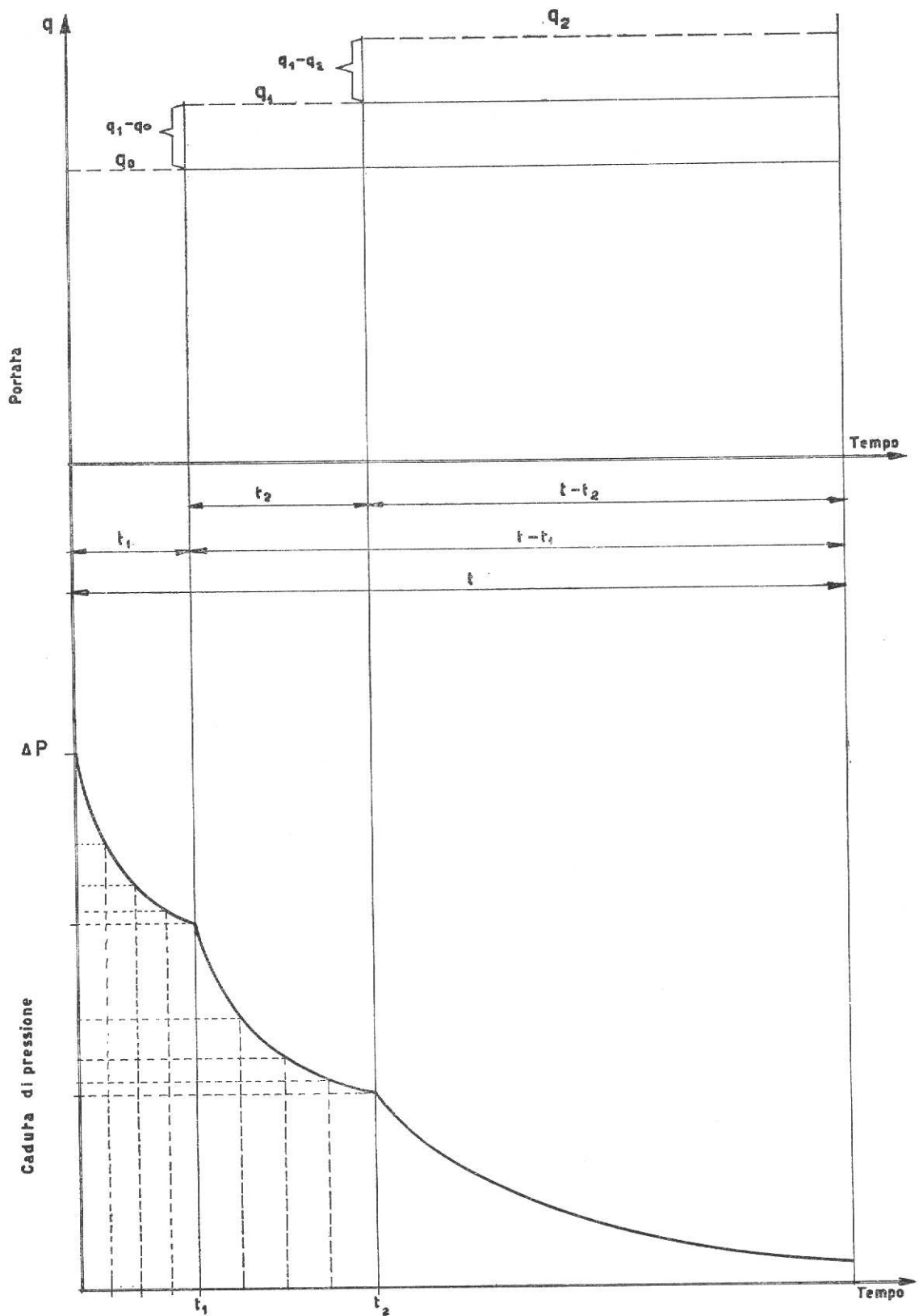


Fig. 9

Caso della portata variabile

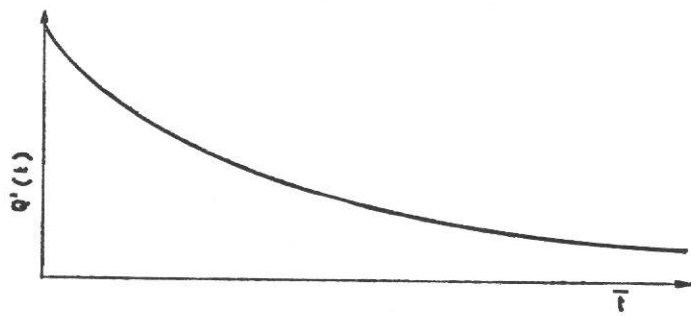


Fig. 10
Funzione adimensionale $Q'(\bar{t})$

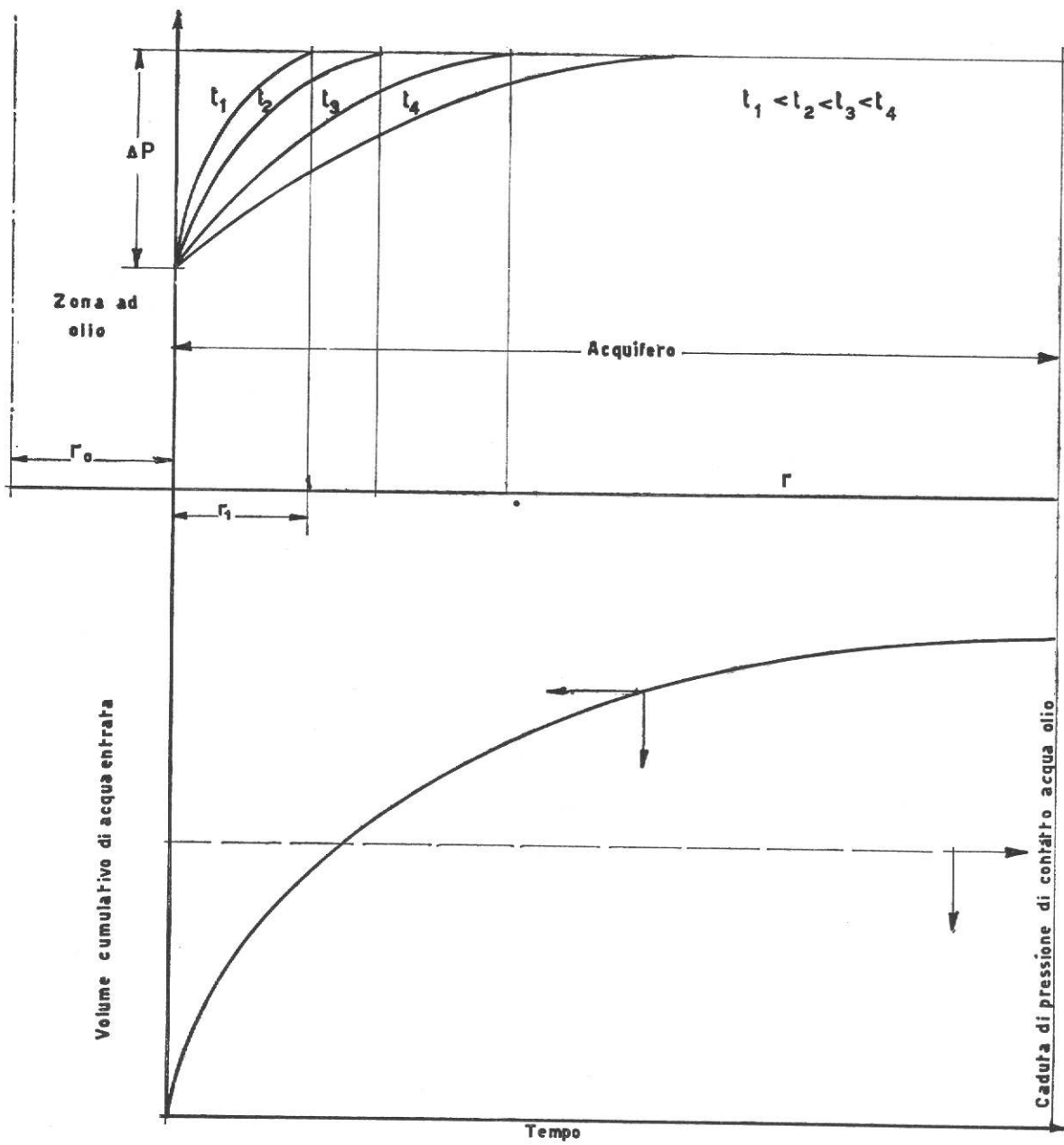


Fig. 11

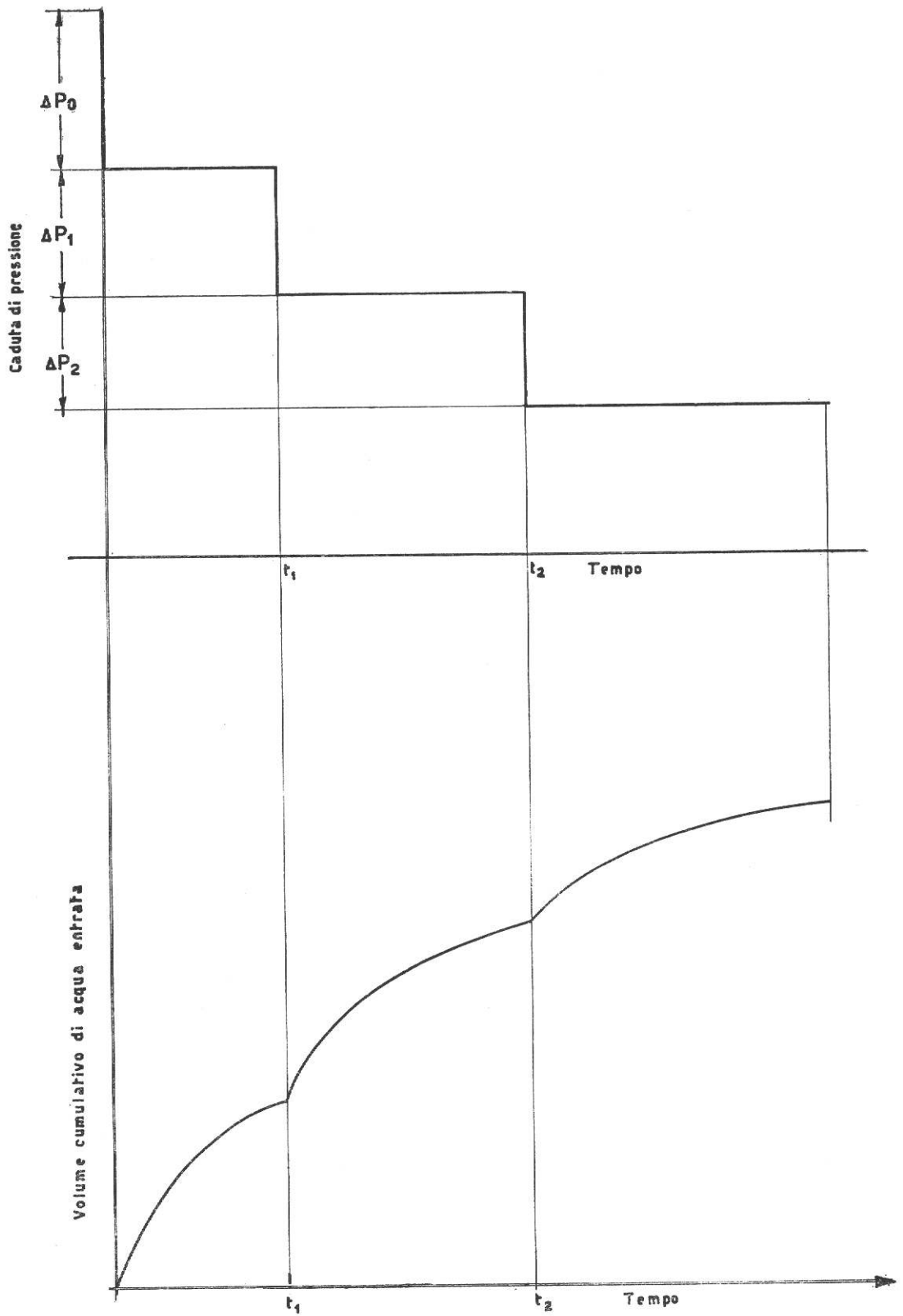


Fig. 12

Caso della pressione variabile

IV.4 - PROBLEMI DI PORTATA COSTANTE - ANALISI DELLE CURVE DI RISALITA DELLA PRESSIONE

4.1 Metodi di analisi e condizioni limitative

Un'applicazione importante dello studio del moto transitorio dei fluidi come caso di portata costante è la interpretazione della curva di risalita della pressione di fondo pozzo alla chiusura di questo.

Quando si chiude un pozzo che ha erogato per un certo periodo di tempo la pressione del pozzo al fondo passerà dal valore assunto in regime di erogazione p_{wf} ad un valore p_{ws} maggiore corrispondente ad un equilibrio statico. Questo passaggio non sarà istantaneo, ma seguirà una certa legge nel tempo (risalita di pressione), che si studia, appunto, con le equazioni del moto transitorio.

L'analisi della curva, che si ottiene riportando la risalita di pressione su diagramma semilog, permette la determinazione di alcuni parametri fondamentali sul comportamento della formazione, con particolare riferimento alla zona interessata dal drenaggio del pozzo in esame.

I principali parametri su menzionati sono:

- Pressione statica.
- Conducibilità o capacità produttiva kh della formazione.
- Permeabilità effettiva del fluido di strato k .
- Grado di danno sofferto dalla formazione nella zona adiacente al pozzo, per effetto della perforazione (invasione del filtrato del fango) cioè fattore di completamento che indica l'efficienza dello stesso.

Oltre a questi parametri, le analisi delle curve di risalita permettono la valutazione dell'indice di produttività e dell'efficacia delle operazioni di stimolazione.

Il confronto della interpretazione delle curve di risalita registrate dopo la stimolazione con quella registrata prima mette in evidenza se la stimolazione ha agito solo sullo skin effect o se ha anche migliorato la conducibilità della formazione.

Nelle tab. I, II e III e fig. 1 - 2 - 3 sono riportati alcuni esempi di analisi di curve di risalita.

I metodi di interpretazione seguiti dai vari autori sono leggermente diversi, ma permettono le stesse determinazioni e sono basate sui medesimi principi.

Infatti i vari autori fissano delle condizioni diverse al contorno esterno, ma tutti pongono la condizione che la portata prima della chiusura sia divenuta costante e che il fluido che entra nel pozzo all'atto della chiusura diventi eguale a zero (chiusura al fondo).

Il primo passo nello sviluppo di metodi per l'analisi dei dati di giacimento è quello di descrivere il giacimento per mezzo di una similitudine con un modello ipotetico.

Il comportamento del modello dovrebbe avvicinarsi a quello del giacimento considerato.

Le equazioni matematiche, riferentesi alle varie quantità del giacimento, possono quindi essere derivate in base al modello.

Varie condizioni accompagnano necessariamente la derivazione rigorosa di queste equazioni.

L'applicazione dei metodi è significativa solo quando le condizioni assunte nella derivazione si approssimano molto a quelle reali.

I metodi recenti proposti dalla letteratura sono classificati in base alle condizioni ai limiti del giacimento assunte.

Un gruppo di condizioni ha come ipotesi:

1) un limite interno piccolo (raggio del pozzo) attraverso il quale la portata di flusso permanente di un fluido comprimibile risulta costante ed un limite esterno grande ma finito.

Al limite esterno si possono avere le seguenti condizioni:

(1a) *pressione costante dopo la chiusura;*

(1b) *entrata di fluido nulla attraverso il limite dopo la chiusura.*

Un altro gruppo di condizioni ha come ipotesi:

2) Un limite interno piccolo (raggio del foro del pozzo) attraverso il quale la portata di flusso permanente di un fluido comprimibile risulta costante ed un limite esterno del giacimento infinito (raggio di drenaggio).

La pressione è assunta costante al limite esterno. Il limite interno può essere finito o puntiforme.

Quando un nuovo pozzo in un giacimento di recente scoperta viene chiuso per il rilievo della curva di risalita della pressione si è nel caso del secondo gruppo di condizioni ai limiti.

Infatti per un apprezzabile periodo di tempo il limite di giacimento non risente alcun effetto della produzione, e di conseguenza il giacimento si comporta come se fosse di estensione infinita.

La differenza nei risultati che può essere attribuita all'ipotesi di raggio di drenaggio grandissimo (condizione 1a) o infinito (condizione 1b) risulta talvolta troppo piccola per esser presa in considerazione.

La condizione 1a può verificarsi nel caso in cui un attivo water drive tenda a mantenere la pressione dell'intero giacimento.

La condizione 1b riguarda un pozzo circondato da altri pozzi vicini in produzione.

In questa situazione vi sarà un minimo di flusso attraverso il limite esterno fra i pozzi per un considerevole periodo di tempo dopo la chiusura.

L'ipotesi di un foro del pozzo evanescente cioè puntiforme non è mai strettamente applicabile. Essa è giustificata dal fatto che i risultati calcolati della risalita sono errati durante i primi minuti di chiusura. Il comportamento durante questo breve periodo non ha però importanza pratica. Dopo che questo periodo è passato, i risultati calcolati sono gli stessi che nel caso di foro di dimensioni finite e raggio di drenaggio infinito.

Molte altre ipotesi dovrebbero essere soddisfatte per una rigorosa derivazione di tutti i metodi che trattano il flusso di fluidi comprimibili.

Non tutte queste ipotesi devono però essere soddisfatte per l'applicazione pratica dei risultati.

Le ipotesi sono: 1) una monofase sottosatura fluisca nel giacimento; 2) Le proprietà dei fluidi di giacimento siano costanti in tutte le condizioni di giacimento; 3) La portata di produzione sia stabilizzata prima della chiusura; 4) Il pozzo sia chiuso al fondo in modo che non vi sia produzione di fluidi della formazione al pozzo dopo la chiusura; 5) La sabbia della formazione sia uniforme nelle sue proprietà; 6) La forma del giacimento sia quella di un cilindro circolare orizzontale.

Si dimostra che per portata nulla in pozzo l'equazione di risalita della pressione assume la forma:

$$p = a + b \ln t$$

che in coordinate semilog rappresenta una retta. Ciò significa che riportando su un diagramma semilog la curva registrata a fondo pozzo si mette in evidenza una porzione retta di essa, che rappresenta la curva teorica di risalita e la cui interpretazione fornisce i parametri prima accennati.

In pratica la registrazione della pressione si effettua chiudendo la testa pozzo, dopo una erogazione con portata stabilizzata, e lasciando un registratore al fondo che ci dà l'andamento della pressione in funzione del tempo.

Per effetto del riempimento del pozzo dopo la chiusura, per un fluido comprimibile, e per il danno della formazione dovuto al fango ed al completamento del pozzo la curva effettiva di risalita si discosta da quella teorica. Ed appunto questo scostamento si può interpretare per determinare l'effetto complessivo di questi fattori sulla efficienza del completamento. I metodi di studio che seguono sono derivati dall'equazione di diffusività per i liquidi.

Essi però possono essere applicati anche per i gas purchè in luogo della comprimibilità c_o dell'olio si ponga quella del gas c_g data da:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{\delta z}{z \delta p}$$

ove p è la pressione media del gas in giacimento.

La derivata a secondo membro può considerarsi in termini finiti $\Delta z/\Delta p$.

Per variazioni Δp fino al 10 % della p , il termine $\frac{\delta z}{z \delta p}$ si può trascurare.

Metodo di Hurst.

Le limitazioni che questo autore ha posto nel calcolo teorico dell'equazione di risalita sono:

- portata costante prima della chiusura;
- giacimento infinito;
- flusso monofase e orizzontale.

Hurst parte della risoluzione dell'equazione di diffusività che Van Everdingen ha dato per il caso di portata costante e giacimento infinito.

Questo metodo d'analisi della risalita permette di determinare:

- 1) Permeabilità effettiva della formazione.
- 2) Caduta di pressione percentuale dovuta allo skin effect.

Determinazione della permeabilità effettiva.

La caduta di pressione totale da pozzo chiuso a pozzo in erogazione provocata da una portata costante q ad un determinato tempo t dopo l'apertura del pozzo è data da:

$$\Delta p = q_{D(t)} \cdot (p_{D(t)} + S) \quad (1)$$

dove:

$$q_{D(t)} = \frac{q \mu}{2 \pi h k}$$

$$p_{D(t)} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907) \text{ per } t_D > 100$$

$$t_D = \frac{k t}{\varnothing \mu c r_w^2}$$

t = tempo reale d'erogazione.

k = permeabilità effettiva in darcy.

\varnothing = porosità.

μ = viscosità in cp.

c = comprimibilità liquido. $\frac{1}{\text{atm}}$

r_w = raggio del pozzo.

q = portata in cc/sec.

h = spessore del pay in cm.

S = fattore adimensionale che tiene conto della caduta di pressione causata dallo skin effect.

$q_{D(t)} S$ = caduta di pressione reale dovuta allo skin effect.

Introducendo ora nella (1) le espressioni dei termini adimensionati sopra esposti si ottiene:

$$p_{ws} - p_{\delta=0} = \Delta p = \frac{q \mu}{4 \pi h k} \ln \frac{k t}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 + 2 S \quad (2)$$

dove:

p_{ws} = pressione di fondo statica.

$p_{\delta=0}$ = pressione di fondo al momento della chiusura dopo una erogazione con portata costante q durata un tempo t .

Con « δ » si indicherà il tempo di risalita, cioè $\delta=0$ rappresenta l'attimo della chiusura.

Matematicamente la chiusura del pozzo viene simulata sovrapponendo all'effetto della portata q l'effetto di una portata negativa $-q$ con inizio al tempo $\delta=0$ in modo che la portata di flusso che entra nel pozzo all'attimo della chiusura sia zero.

La caduta di pressione causata dalla portata q ad un tempo $(t + \delta)$ è:

$$\frac{q \mu}{4 \pi h k} \ln (t + \delta) + \ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 + 2 S$$

L'aumento di pressione causata dalla portata negativa $-q$ che inizia al tempo $\delta = 0$ è data dalla:

$$-\frac{q\mu}{4\pi hk} \ln \delta + \ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 + 2 S$$

La caduta effettiva della pressione dal tempo $t = 0$ al tempo δ dopo la chiusura è data dalla somma delle due espressioni precedenti e precisamente:

$$p_{ws} - p_{\delta} = \frac{q\mu}{4\pi hk} \ln \frac{t + \delta}{\delta} \quad (3)$$

Per valori di δ piccoli in confronto a t , $\ln \frac{t + \delta}{\delta}$ diventa uguale con buona approssimazione a $\ln t$ e l'equazione (3) può essere modificata nella seguente:

$$p_{ws} - p = \frac{q\mu}{4\pi hk} \ln t - \ln \delta \quad (3a)$$

Sottraendo la (3a) dalla (2) si ottiene:

$$p_{\delta} - p_{\delta=0} = \frac{q}{4\pi hk} \ln \delta + \ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 + 2 S \quad (4)$$

Da quest'ultima equazione si vede che diagrammando le pressioni di risalita in funzione del tempo si ottiene una retta. L'inclinazione di questa retta è data dalla seguente espressione:

$$\frac{q\mu}{4\pi hk}$$

che permette di determinare la capacità produttiva della formazione hk e quindi la permeabilità.

La curva di risalita riportata su un diagramma semilog ha un tratto di curva ripida dopo i primi minuti di chiusura, corrispondente alla fase di riempimento del pozzo e della zona dello skin effect.

La parte da interpretare è quella in linea retta. La equazione di tale retta si può ricavare col metodo dei minimi quadrati.

Determinazione dello « skin effect ». La caduta di pressione causata dallo skin effect è, come si può vedere dall'equazione (1).

$$\Delta p_{s.e.} = \frac{q\mu}{4\pi hk} 2 S$$

Questo valore si può facilmente ricavare ponendo nella (4) $\delta = 1'$. Infatti in queste condizioni la (4) diventa:

$$p_{\delta=1} - p_{\delta=0} = \frac{q \mu}{4 \pi h k} \ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 + \frac{q \mu}{4 \pi h k} 2 S$$

Da questa si ricava la caduta di pressione dovuta allo skin effect $\frac{q \mu}{4 \pi h k} 2 S$

$$\Delta p_{s.e.} = (p_{\delta=1'} - p_{\delta=0}) - \frac{q \mu}{4 \pi h k} \ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809 \quad (5)$$

dove:

$p_{\delta=1} - p_{\delta=0}$ = differenza fra la pressione estrapolata sulla retta a 1' e pressione in erogazione prima della chiusura.

Poichè, come detto sopra, $\frac{q \mu}{4 \pi h k}$ rappresenta la pendenza della retta, la

caduta di pressione causata dallo skin effect si può ricavare anche graficamente estrapolando la retta di n cicli partendo dal tempo 1'. Il valore n è dato da:

$$\ln \frac{k}{\varnothing \mu c r_w^2} + 0,809$$

Nel caso di pozzi a gas le equazioni sono identiche.

Bisogna ricordare che le portate usate nelle derivazioni date sopra sono misurate alle condizioni di giacimento. Quindi nell'applicazione pratica diverso è il fattore da usare nei due casi (olio e gas) per riportare le portate misurate in superficie alle condizioni di fondo. Inoltre nel caso di flusso di gas il tempo adimensionale t_D diventa:

$$t_D = \frac{k \bar{p}}{\varnothing \mu r_w^2}$$

in cui \bar{p} è la pressione media fra quella statica e dinamica.

Si riporta di seguito un esempio di interpretazione di una risalita con il metodo di Hurst.

Interpretazione della curva della risalita della pressione
 — Metodo Hurst

Campo A Livello Zona Pozzo n. 1

Data della risalita 20-23 agosto 1958.

Dati

Portata di produzione	Q = 99768	lt/g		
Pressione di fondo finale di erogazione	$p_{\delta=0} = 294,16$	kg/cmq		
Spessore netto effettivo del pay	h = 20860	cm		
Porosità	$\emptyset = 6$	%		
Acqua connata	$C_w = 10$	%		
Ultimo valore registrato in risalita	$p_{ws} = 335,45$	kg/cmq		
Temperatura di fondo pozzo	$T_f = 93$	°C		
Fattore di volume della formazione da	} $\beta = 1,0854$			
Viscosità dell'olio prova			$\mu = 272,44$	cps
Compressibilità dell'olio PVT			$c = 1.10^{-4}$	vol/vol/atm
Raggio del pozzo	$r_w = 0,114$	mt		
	$r_w^2 = 129,9$	cmq		

La registrazione della pressione di fondo in funzione del tempo ha dato i seguenti risultati, indicati pure in fig. 1 in coordinate semilog.

Tempo minuti	Pressioni kg/cmq
0	294,16
180	325,41
1170	334,00
2490	334,74
2940	335,24
3960	335,45

Col metodo dei minimi quadrati si ricava l'equazione della parte retta della curva di risalita della pressione di fondo esprimendola secondo la formula:

$$p = x + y \log_{10} \Delta t$$

Tempi minuti	log t	Pressioni P kg/cm ²	P × log t	(log t) ²
1170	3,06819	334,00	1024,7754	9,41379
2490	3,39620	334,74	1136,8439	11,53417
2940	3,46835	335,24	1162,7296	12,02945
3960	3,59770	335,45	1206,8484	12,94344
m = 4	13,53044	1339,43	4531,1973	45,92085

$$x = \frac{\Sigma (\log \Delta t) \cdot \Sigma (p \cdot \log \Delta t) - \Sigma (\log \Delta t)^2 \cdot \Sigma (p)}{\Sigma (\log \Delta t)^2 - m \Sigma (\log \Delta t)^2} = 325,25$$

$$y = \frac{\Sigma (p) \cdot \Sigma (\log \Delta t) - m \Sigma (p \cdot \log \Delta t)}{(\log \Delta t)^2 - m \Sigma (\log \Delta t)^2} = 2,80$$

L'equazione diventa:

$$p = 325,25 + 2,80 \log_{10} \Delta t$$

Determinazione della pressione statica della formazione.

Si suppone di raggiungere le condizioni di pozzo stabilizzato in chiusura, quando si apprezza una variazione di pressione in risalita di 0,07 kg/cm²/g.

$$\frac{dp}{d \Delta t} = \frac{y}{2,30259} = \frac{0,07}{1440}$$

dove $\log_e 10 = 2,30259$

$\ln A = 2,30259 \log_{10} A$

1 giorno = 1440 min.

$$\Delta t = \frac{1400}{2,30259 \cdot 0,07} = 8.934,11 \cdot 2,80 = 25.015 \text{ min.}$$

Allora:

$$p = 325,25 + 2,8 \log_{10} 25015$$

$$p = 337,56 \text{ kg/cm}^2 \text{ rel.}$$

Determinazione della capacità produttiva e della permeabilità effettiva della formazione.

L'inclinazione della retta è:

$$\frac{q \mu}{4 \pi k h} = \frac{y}{2,37857} = \frac{2,8}{2,37858} = 1,1771 \quad (6)$$

dove:

$$q = Q \cdot \beta \cdot \frac{10^3}{86400}$$

$$q = \frac{1,0854 \cdot 99768 \cdot 10^3}{86.400} = 1253 \text{ cc/sec}$$

dalla (6)

$$k h = \frac{272,44 \cdot 1253}{12,56 \cdot 1,1771} = 23.096 \text{ darcy} - \text{cm}$$

$$k = 1110 \text{ md.}$$

Determinazione dello skin effect. La pressione estrapolata ad 1' dopo la chiusura si ricava dalla equazione della retta ed è uguale a 325,25 Kg/cm_q.

La differenza fra la pressione a 1' dopo la chiusura e la pressione in erogazione:

$$P_{\delta=1} - P_{\delta=0} \\ 325,25 - 294,16 = 31,09 \text{ Kg/cm}_q$$

Inoltre:

$$\ln \frac{k}{\phi (1 - C_w) \mu c r_w^2} = \ln \frac{1,110}{0,06 \cdot 0,9 \cdot 272,44 \cdot 1,10^{-4} \cdot 129,0} = \\ = \ln \frac{1,100}{0,2866} = 2,30259 \log_{10} 1,58894 = 3,65867$$

Allora dall'equazione (5) essendo $\frac{q\mu}{4\pi hk} = 1,1771$ si ricava la caduta di

pressione dovuta allo skin effect:

$$\Delta p_{s.e.} = 31,09 - 1,1771 \times 3,65867 = 31,09 - 4,30 \\ = 26,79 \text{ Kg/cm}^2.$$

La caduta di pressione complessiva fra pozzo chiuso e pozzo in erogazione è:

$$\Delta p = 337,56 - 294,16 = 43,40 \text{ kg/cm}^2$$

La caduta percentuale dovuta allo skin effect è pertanto:

$$\frac{26,79}{43,40} \cdot 100 = 61,7 \%$$

Indice di produttività

$$P.I. = \frac{Q}{(p_s - p_r)} = \frac{99768}{337,56 - 294,16} = 2299 \text{ lt/g/atm}$$

Metodo di Arps.

Le formule da cui Arps ha derivato la giustificazione teorica del suo metodo sono basate sulle seguenti condizioni ai limiti: 1) giacimento infinito; 2) giacimento finito, senza afflusso attraverso il limite esterno.

Arps ha elaborato un metodo esclusivamente grafico che permette di determinare rapidamente:

- 1) Una stima del danno attorno al pozzo;
- 2) La permeabilità effettiva dello strato.
- 3) La pressione statica del giacimento.

L'Arps, per indicare il danno della formazione, ha definito il completion factor, cioè il fattore di efficienza del completamento.

$$C.F. = \frac{\Delta p \text{ (teorico) per dare la portata } q}{\Delta p \text{ (reale) per dare la stessa portata}} \cdot 100$$

i Δp di cui sopra rappresentano la pressione prima della chiusura meno la pressione dopo un tempo di chiusura infinito. Per Δp (teorica) si intende la caduta di pressione che si avrebbe in assenza di skin effect.

Il C.F. può essere minore di 100, allora significa che c'è un danno e quindi un aumento di caduta di pressione nella zona invasa; un C.F. > 100 indica che c'è stato un miglioramento di produttività del pozzo dovuto al fatto che la permeabilità delle pareti del foro è stata aumentata rispetto a quella della formazione.

La relazione che lega il C.F. con lo S (skin effect) di Hurst è:

$$CF = 100 \left(1 - \frac{q_D S}{p_{ws} - p_{s=0}} \right)$$

ove:

$$q_D = \frac{q \mu}{2 \pi h k}$$

La determinazione della caduta teorica e del C.F. si fa come segue, considerando due categorie di giacimenti:

A - *Giacimento finito a svuotamento naturale o a spinta di gas disciolto.*

Si suppone un giacimento con raggio r_e , con un solo pozzo al centro e con fluido poco comprimibile e con entrata di fluido nulla attraverso il limite esterno del giacimento.

La formula usata per ricavare la caduta di pressione teorica è quella data da Van Everdingen per il moto stazionario.

$$p_{ws} - p'_{wf} = \frac{q \mu}{2 \pi k h} \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right] \quad (7)$$

ben approssimata anche per il moto transitorio, quando sia poco nota la porosità ed esista gas libero nella zona ad olio.

L'equazione di risalita teorica in coordinate semilogaritmiche (in ascisse il tempo $\frac{\Delta t}{t + \Delta t}$ ove t è il tempo di erogazione e Δt quello di chiusura del pozzo),

sarà rappresentata da una retta.

La pendenza di essa in un ciclo logaritmico decimale sarà data da:

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \mu}{2 \pi h k} \ln 10 \quad (8)$$

Combinando la (7) con la (8) e tenendo conto della relazione $\lg_{10} \frac{r_e}{r_w} = \ln \frac{r_e}{r_w} / \ln 10$ si ottiene la caduta di pressione teorica:

$$p_{ws} - p'_{wf} = 2Z \lg_{10} \left(\frac{r_e}{r_w} \cdot e^{-0.5} \right)$$

Siccome $e^{-0.5} = 0,6065$

$$p_{ws} - p'_{wf} = 2Z \lg_{10} \left(0,6065 \frac{r_e}{r_w} \right)$$

Il C.F. è:

$$\text{C.F.} = 2 \log_{10} 0,6065 \frac{r_e}{r_w} \left(\frac{Z}{p_{ws} - p_{wf}} \right) 100 \quad (9)$$

ove: $p_{ws} - p_{wf}$ è la caduta di pressione reale registrata.

Dalla (9) si deduce che la caduta di pressione teorica e il C.F. possono essere calcolati graficamente extrapolando verso sinistra la retta di pendenza Z di

$$n = 2 \log_{10} 0,6065 \frac{r_e}{r_w} \text{ cicli dal punto } \frac{\Delta t}{t + \Delta t} = 1.$$

B - Giacimenti sottosaturi ed infiniti.

Ci si riferisce sempre alle equazioni di Van Everdingen per fluidi comprimibili e moto transitorio.

La caduta di pressione fra pozzo chiuso e pozzo in erogazione è data dalla:

$$p_{sw} - p_{wf} = \frac{q \mu}{2 \pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln t_D + 0,4045 + S \right]$$

La caduta teorica, cioè senza tener conto dello skin effect, è data dalla caduta effettiva meno il contributo dovuto allo skin effect, come si ricava dalla equazione:

$$p_{ws} - p_{wf} - \frac{q \mu S}{2 \pi k h} = \frac{q \mu}{2 \pi k h} \left(\frac{1}{2} \ln t_D + 0,4045 \right)$$

Poichè:

$$\frac{q \mu}{2 \pi k h} = \frac{2Z}{\ln 10}; t_D = \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} e^{\lg_{10} X} = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

Il fattore di completamento viene espresso da:

$$C.F. = \left(\log_{10} \frac{e^{0,809} \cdot kt}{\emptyset \mu c r_w^2} \right) \cdot \left(\frac{Z}{p_{ws} - p_{wf}} \right) \cdot 100 \quad (10)$$

Misurando la pressione in psi, la permeabilità in md, il tempo in minuti, la comprimibilità in vol/vol/psi e il raggio r_w in pollici si ha:

$$C.F. = \lg_{10} \left(\frac{0,001421 kt}{\emptyset \mu c r_w^2} \right) \left(\frac{Z}{p_{ws} - p_{wf}} \right) \cdot 100 \quad (11)$$

Anche in questo caso per calcolare il C.F. si dovrà estrapolare dal punto

$$\frac{\Delta t}{t + \Delta t} \text{ verso sinistra, di } \frac{0,001421 kt}{\emptyset \mu c r_w^2} \text{ cicli la retta di pendenza } Z.$$

Determinazione della permeabilità.

L'equazione della risalita è (cfr Metodo di Hurst):

$$p_{ws} - p = \frac{q \mu}{4 \pi h k} \log \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \quad (12)$$

che si potrà anche scrivere:

$$p - p_{ws} = \frac{q \mu}{4 \pi h k} \log \frac{\Delta t}{t + \Delta t} \quad (13)$$

e rappresentarsi in un diagramma semilog. con ordinate p e ascisse $\log \frac{\Delta t}{t + \Delta t}$

purchè si contino le pressioni a partire dal valore p_{ws} andando verso il basso (o, ciò che è lo stesso, considerare il valore assoluto $p_w - p$ e riportarlo verso il basso).

Determinazione della permeabilità.

Dalla retta estrapolata si determina la pendenza Z in psi riferita a un ciclo logaritmico. Allora, come ricavabile dalla equazione di risalita della pressione:

$$k = \frac{162,5 \cdot q_{(b/d)} \cdot B \cdot \mu_{(cp)}}{h_{(ft)} \cdot Z_{(psi/ciclo)}} \quad (14)$$

ove B = fattore di volume.

Per le considerazioni limitative stesse questo metodo risulta di prima approssimazione per pozzi nuovi con una produzione cumulativa relativamente ridotta e con un raggio di drenaggio che non è interessato da fenomeni d'interferenza o dai limiti del giacimento di interpretazione.

Data l'incertezza con cui è noto lo spessore effettivo erogante si preferisce definire il fattore kh che rappresenta la capacità produttiva del pozzo allo stato attuale e che è espressa in md. ft. Pertanto la (15) diventa:

$$kh_{(md.ft)} = \frac{162,5 q_{(b/d)} \cdot B \cdot \mu_{(cp)}}{Z_{(psi/ciclo)}}$$

In tab. 1 è riportato un modulo con un esempio di interpretazione. La rappresentazione grafica della curva è indicata in fig. 2.

Interpretazione pratica. In pratica il procedimento da seguire nella determinazione grafica del fattore di completamento è il seguente (fig. 2).

- 1) tenere il pozzo in produzione con portata stabilizzata e costante per circa 10 giorni prima della chiusura e determinare lo pseudo tempo di produzione t in base alla produzione cumulativa N_p ed alla produzione alla chiusura $q(b/day)$ mediante la formula:

$$t_{(min.)} = \frac{N_p}{q} \quad (15)$$

- 2) discendere il registratore di pressione in pozzo durante la erogazione. Chiudere il pozzo e registrare la pressione durante la chiusura.
- 3) riportare su carta smilogaritmica i valori della pressione di fondo come ordi-

nata e come ascissa il rapporto $\frac{\Delta t}{t + \Delta t}$ ove Δt sono gli intervalli di tempo

dopo la chiusura.

- 4) estrapolare la parte retta (A-B) della curva che risulta dal grafico fino ad un valore di $\frac{\Delta t}{t + \Delta t} = 1$ per trovare la pressione statica p_{ws} nel punto C.

- 5) tracciare una retta orizzontale (CD) verso sinistra a partire dal valore p_{ws} per una lunghezza di n cicli ed una verticale (DE) verso il basso fino all'asse delle ascisse.

- 6) considerare l'intersezione F della retta DE con la retta estrapolata AB e l'intersezione G con la curva effettiva di risalita.

- 7) il fattore di completamento si calcola con la formula $\frac{FD}{GD} \cdot 100$.

Il numero n di cicli si può determinare basandosi sulla teoria, precedentemente esposta:

- A) Per giacimenti a « depletion » o a spinta di gas disciolto di estensione limitata

e per gli altri casi in cui la porosità e la comprimibilità dei fluidi nel mezzo poroso non sono note, ci si può servire della seguente tabella:

Spaziatura dei pozzi acri/pozzo	Raggio del pozzo	Valori di n
10	3" = 1/4'	4,5" = 3/8'
20	$n = 5,91$	$n = 5,56$
40	$n = 6,22$	$n = 5,86$
80	$n = 6,62$	$n = 6,16$
	$n = 6,82$	$n = 6,46$

Nella maggior parte dei casi si può assumere un valore di 6,2.

B) Giacimenti sottosaturi di estensione infinita. È necessario conoscere le caratteristiche della roccia e del fluido.

$$\text{Allora: } n = \log_{10} \frac{0,001421 \text{ kt}}{\varnothing \mu c r_w^2} \text{ cicli nelle unità già dette.}$$

Metodo Miller, Dyes e Hutchinson. Miller, Dyes e Hutchinson hanno presentato un metodo per l'analisi delle curve di risalita della pressione basato sulle seguenti condizioni ai limiti.

- a) Il limite dell'area di drenaggio sia finito.
- b) Al limite esterno sono possibili le due condizioni.

- 1) Pressione costante.
- 2) Nessun flusso attraverso il limite.

Il metodo di analisi di Miller Dyes e Hutchinson offre la possibilità di valutare i seguenti parametri:

- 1) Permeabilità effettiva della formazione.
- 2) Permeabilità media della formazione e della zona danneggiata.
- 3) Pressione statica di giacimento.

La permeabilità effettiva della formazione è rappresentata dalla permeabilità media della zona interessata dall'area di drenaggio del pozzo, ma escludente la porzione vicina al pozzo, interessata dai fluidi di perforazione.

Tale regione attorno al pozzo può avere una permeabilità ridotta dall'intasamento od incrementata dopo stimolazione.

Pertanto la permeabilità media che si ricava in base all'indice di produttività tiene conto anche dell'effetto del danno alla formazione o di eventuali miglioramenti.

Il confronto fra queste due quantità indica l'estensione della zona danneggiata.

La pressione statica di giacimento si determina con un tempo di chiusura minimo.

Tale teoria può essere estesa con sufficiente approssimazione al caso di flusso di fluido bifase.

Dalle iniziali degli autori il metodo è indicato come « Metodo MDH ».

Equazioni della risalita. Gli autori hanno dato le equazioni che definiscono l'andamento delle risalite, utilizzando le variabili adimensionali:

$$\Delta p_D = \frac{0,00708 \cdot h k (p_w - p_{wf})}{q \mu B} \quad (16)$$

$$t_D = \frac{0,0002637 \cdot kt}{\emptyset c \mu r_e^2} \quad (17)$$

- k = permeabilità effettiva in md.
 h = pay effettivo in ft.
 q = portata prima della chiusura STB/g.
 μ = viscosità in cp.
 B = fattore di volume bbl/STB.
 \emptyset = porosità.
 c = comprimibilità media del fluido in psi^{-1} .
 r_e = raggio del contorno esterno.
 p_{wf} = pressione di fondo in erogazione prima della chiusura in psi.
 p_w = pressione di fondo pozzo durante la risalita.
 t = tempo in ore.
 r_{De} = rapporto fra raggio del contorno esterno e il raggio del pozzo.

Queste equazioni che sono state date per entrambe le condizioni ai limiti hanno valore per qualsiasi giacimento, non intervenendo più le caratteristiche specifiche di ciascuno.

Dagli autori sono state costruite le curve Δp_D in funzione di $\log t_D$ per le due condizioni ai limiti e per diversi valori di r_e . Le due curve per uno stesso r_e e per le due condizioni ai limiti sono rette e si sovrappongono nella parte iniziale. Ciò significa che la prima parte della risalita non è influenzata dalla parte lontana (e quindi dalle condizioni ai limiti) del giacimento.

Permeabilità delle curve di risalita. Le curve di risalita calcolate per vari r_e e diagrammate in un piano Δp_D e $\lg t_D$ entro l'intervallo $t_D = 10^{-5} \div 10^{-1}$ sono rappresentate da tratti paralleli e praticamente retti.

Essi coincidono se traslati di:

$\ln r_{De}$ nel caso di pressione costante al contorno esterno;

$\ln r_{De} - 3/4$ nel caso di contorno chiuso.

La pendenza di questi tratti rettilinei è ca. 1,147.

Questo valore assume importanza in quanto mette in relazione la pendenza della parte retta della curva di risalita effettiva (quando in ascisse si ponga il $\log t$) con la permeabilità.

La pendenza suddetta sarà data da:

$$\frac{\Delta (\Delta p_D)}{\Delta (\ln t_D)} = 1,147 \quad (18)$$

Siccome $\Delta (\ln t_D) = \Delta (\ln t)$ si avrà:

$$\frac{0,00708 \cdot h k \Delta (\Delta p)}{q \mu B} = 1,147 \quad (19)$$

$$\frac{\Delta (\ln t)}{\Delta (\ln t)} = 1,147$$

La pendenza della retta effettiva $\Delta (\Delta p) / \Delta \ln t_D$ sarà allora data da:

$$m = \frac{\Delta (\Delta p)}{\Delta (\ln t)} = \frac{1,147 \cdot q \cdot \mu \cdot B}{0,0708 \cdot h k}$$

Da questa si ricava la permeabilità introducendo le unità pratiche delle formule (16) e (17):

$$k = \frac{162,5 q \mu B}{m h} \quad (20)$$

Come già si è fatto cenno, anche in base a prove con l'analizzatore elettrico, si può stabilire quali sono i limiti entro i quali si deve scegliere il tratto di retta da cui dedurre il valore di k .

Ciò si traduce in pratica, nella scelta, del gruppo dei punti per i quali dovrà passare la retta estrapolata.

I suddetti limiti sono:

1) - giacimento con pressione al limite esterno costante

$$10^{-1} \leq t_D \leq 2 \cdot 10^{-1} \quad (21)$$

2) - giacimento chiuso (senza ingresso di fluido dall'esterno)

$$10^{-1} \leq t_D \leq 3 \cdot 10^{-2} \quad (22)$$

Pressione di giacimento della curva di risalita.

Diversi autori hanno esaminato le caratteristiche delle curve di risalita di pressione per calcolare la pressione statica di giacimento. In generale i diversi metodi richiedono una considerevole durata della risalita. Col metodo M.D.H. è possibile invece un calcolo rapido della pressione statica pur avendo a disposizione solo un breve tratto di risalita, utilizzando le curve calcolate con i parametri adimensionali. Queste curve, come è stato detto precedentemente, danno il salto di pressione adimensionale Δp_D in funzione del tempo espresso in unità adimensionali.

L'equazione della risalita di pressione è data dalla seguente espressione:

$$\Delta p_D = \frac{0,00708 k h (p_{ws} - p_w)}{B q \mu} \quad (23)$$

dove p_w è la pressione ad un tempo t qualsiasi ricavato dalla curva di risalita registrata.

Da questa espressione si ricava la pressione statica p_{ws} :

$$p_{ws} = p_w + \frac{B q \mu}{0,00708 k h} \Delta p_D$$

Usando le unità pratiche decimali e tenendo presente l'equazione (20) si ottiene:

$$p_{ws} = p_w + \frac{m \cdot \Delta p_D}{1,15} \quad (24)$$

Tempo di erogazione e tempo di chiusura. Gli autori hanno dato anche formule che derivano dalla soluzione grafica dell'equazione del moto, che permettono di determinare il tempo necessario alla stabilizzazione del flusso:

$$t_s = \frac{\varnothing c \mu r_e^2}{k} \quad (25)$$

ed il tempo di chiusura necessario per poter determinare la permeabilità effettiva.

Poichè il limite superiore del tratto retto della curva di risalita è $t = 5 \cdot 10^{-2}$, sostituendo nell'equazione che lega il tempo effettivo al tempo adimensionale (IV.4.1-17) si ha:

$$t_{si} = \frac{190 \varnothing \mu c r_e^2}{k} \quad (26)$$

che dà il tempo in ore di chiusura necessario per una buona interpretazione.

È evidente che a k dovremo attribuire valori stimati ottenuti per altra via.

Permeabilità attorno al pozzo. Si è già detto che la permeabilità ricavata dalla curva di risalita è quella effettiva relativa alla zona lontana dal pozzo.

Quella ottenuta in base all'indice di produttività è quella media effettiva, relativa all'intera area di drenaggio.

Se queste due permeabilità sono diverse può esserci una zona immediatamente circostante al pozzo con permeabilità diversa. Il rapporto fra i due valori ottenuti può dare un'indicazione sulla permeabilità della zona circostante al pozzo.

Indicando la permeabilità ottenuta dall'indice di produttività con k_a e quella ottenuta dalla risalita con k_e si consideri il rapporto:

$$\frac{k_a}{k_e}$$

Se esso è < 1 , significa che esiste un danno dello strato attorno al pozzo.

Se esso è > 1 , vuol dire che c'è stato un miglioramento nella zona attorno al pozzo.

Procedimento pratico per l'interpretazione della risalita.

- 1) In base alle formule (25) e (26) stabilire la durata dell'erogazione e della risalita.
- 2) Registrare i dati di risalita della pressione nel tempo.
- 3) Riportare i dati registrati su carta semilog: ordinate p (psi) ascisse - $\log t$ (ore).
- 4) Tracciare la parte retta della curva di risalita eventualmente interpolando i punti.

- 5) Calcolare la permeabilità in base alla pendenza della parte retta con la formula (20).
- 6) Verificare che la parte retta scelta è quella appropriata, calcolando i tempi limite adimensionali usando le formule (21) e (22). Il tratto di parte retta della curva registrata ed usata al punto 5 deve stare entro i limiti di tempo corrispondente a tempi adimensionali, sopra citati. Se il tratto interpolato non corrisponde a quello compreso entro i limiti si varia la pendenza ed i punti per cui passa la retta fino a soddisfare le condizioni.
- 7) La permeabilità media, viene calcolata dall'indice di produttività del pozzo con la seguente equazione.

$$K_a = \frac{\text{P.I. } \mu_o \log \frac{r_e}{r_w}}{0,00307 h}$$

Il confronto di k_a con k_e indica la presenza di un effetto della zona circostante il pozzo, a permeabilità alta o bassa, sulla produzione. L'indice di produttività può essere determinato dalla portata stabilizzata prima della risalita.

- 8) Il calcolo della pressione statica di giacimento richiede l'uso delle curve calcolate da MDH per un giacimento ideale.

Tali curve sono indicate in fig. 4 per le due condizioni ai limiti e cioè pressione costante al raggio di drenaggio e nessun flusso attraverso il raggio di drenaggio. Pertanto preso un punto qualsiasi (possibilmente l'ultimo) che sta sulla parte retta con la formula (17) si calcola il suo tempo adimensionale.

Entrando nel grafico di fig. 4 si ricava il valore di Δp_D che corrisponde alla differenza di pressione tra la statica e quella di quel punto espressa in unità adimensionale.

La pressione misurata p_w , il corrispondente parametro Δp_{Dw} e l'inclinazione della parte retta m della curva registrata vanno sostituite nell'equazione (24):

$$p_{ws} = p_w + \frac{(\Delta p_{Dw} \cdot m)}{1,15} \quad (27)$$

Metodo di Horner

L'Horner ha elaborato un metodo di studio delle curve di risalita applicabile nei seguenti casi:

- 1) Giacimento infinito (o meglio, in cui gli effetti del confine non si siano fatti sentire nel pozzo).
- 2) Giacimento limitato con pozzo nel centro.
- 3) Pozzo vicino ad una faglia ma lontano da qualsiasi altro limite.

Questo metodo è applicabile solo per pozzi che non abbiano ancora prodotto sufficientemente da aver influito sulla pressione statica di giacimento e cioè per pozzi nuovi per cui gli effetti dei limiti del giacimento non siano ancora apparenti.

In generale si suppone erogazione stabilizzata con portata costante prima della chiusura del pozzo.

Siccome è difficile realizzare una portata costante per durate abbastanza rilevanti, si dimostra lecito assumere la portata prima della chiusura ad un tempo fittizio di erogazione t_c , come rapporto tra la produzione totale e la portata prima della chiusura. Per questo metodo d'analisi ci limitiamo all'impostazione della teoria per giacimento infinito e alla determinazione della distanza della faglia dal pozzo. Per il caso di giacimento limitato si rimanda all'articolo di Horner « Pressure Build-up in wells ».

Giacimento infinito. La teoria che segue è applicabile ad un giacimento infinito, con pozzo puntiforme, ciò che è un'astrazione teorica. In pratica si può estendere anche a quei giacimenti limitati la cui produzione sia stata tale da non interessare i limiti.

Equazione della curva di risalita. L'equazione adottata dall'Horner e derivante sempre dall'integrazione dell'equazione di diffusività è:

$$p_w = p_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi kh} \text{Ei} \left(- \frac{r_w^2 \varnothing \mu c}{4 k (t + \delta)} \right) - \text{Ei} \left(- \frac{r_w^2 \varnothing \mu c}{4 k \delta} \right) \quad (28)$$

ove:

- p_w = pressione pozzo durante la risalita di pressione (atmosfera);
- p_{ws} = pressione iniziale dello strato (costante per giacimento infinito);
- q = portata prima della chiusura cc/sec in condizioni di giacimento;
- t = tempo di erogazione in secondi;
- δ = durata della risalita in secondi.
- r_w = raggio del pozzo in cm.

Tale formula è stata ottenuta per pozzo puntiforme, sovrapponendo l'effetto di una portata q all'istante della chiusura t .

Quando l'argomento della funzione Ei assume valori abbastanza piccoli, ossia δ grande e r_w piccolo, si può scrivere:

$$\text{Ei} \left(- \frac{r_w^2 \varnothing \mu c}{4kt} \right) = \ln \left(\frac{r_w^2 \varnothing \mu c}{4kt} \right) + 0,577$$

Pertanto sostituendo tali valori la (28) è approssimata bene dalla:

$$p_w = p_{ws} - \frac{q \mu}{4 \pi kh} \ln \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right) \quad (29)$$

Questa è l'equazione della parte retta della curva sperimentale e, usando le coordinate semilogaritmiche, rappresenta una retta di pendenza $m = \frac{q \mu}{4 \pi kh}$.

Siccome la carta semilog è decimale si deve correggere l'equazione mediante il termine di passaggio dei log naturali a quelli decimali.

Per ragioni pratiche si preferisce assumere l'ascissa $\lg_{10} \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right)$ crescente

verso sinistra, così da avere una curva di risalita che cresce verso destra.

Dalla curva di risalita come già visto nel metodo di Hurst si può risalire alla permeabilità k_e della zona lontana dal pozzo.

Determinazione della distanza di una faglia dal pozzo. Quando la curva di risalita registrata si presenta con due tratti retti di cui l'ultimo a maggior pendenza, si è in presenza di una faglia nei pressi del pozzo.

Il problema della determinazione della distanza dalla faglia è stato risolto servendosi del metodo delle immagini, considerando un pozzo fittizio simmetrico a quello reale rispetto alla faglia e con portata uguale ma di segno contrario a quella del pozzo reale.

Indicando con a la distanza del pozzo dalla faglia, e sovrapponendo gli effetti dei due pozzi, la pressione in corrispondenza del pozzo effettivo è data da:

$$p_w = p_{ws} + \frac{q \mu}{4\pi kh} \left\{ \text{Ei} \left(- \frac{r_w^2 \emptyset \mu c}{4k(t+\delta)} \right) - \text{Ei} \left(- \frac{r_w^2 \emptyset \mu c}{4k\delta} \right) + \text{Ei} \left(\frac{a^2 \emptyset \mu c}{k(t+\delta)} \right) - \text{Ei} \left(- \frac{a^2 \emptyset \mu c}{k\delta} \right) \right\} \quad (30)$$

per valori piccoli dell'argomento (in questo caso r_w piccolo rispetto ad a) nei termini in r_w potremo adottare l'approssimazione precedente. Allora la (30) diventa:

$$p_w = p_{ws} - \frac{q \mu}{4\pi kh} \left\{ \ln \frac{t + \delta}{\delta} - \text{Ei} \left(- \frac{a^2 \emptyset \mu c}{k(t + \delta)} \right) + \text{Ei} \left(- \frac{a^2 \emptyset \mu c}{k\delta} \right) \right\} \quad (31)$$

Siccome a è, in genere, grande abbastanza da rendere l'ultimo termine prossimo a zero, ed anche δ abbastanza grande da rendere il penultimo termine della (31) costante, si avrà ancora:

$$p_w = p_{ws} - \frac{q \mu}{4\pi hk} \left\{ \ln \frac{t + \delta}{\delta} - \text{Ei} \left(- \frac{a^2 \emptyset \mu c}{kt} \right) \right\} \quad (32)$$

In coordinate semilogaritmiche essa è una retta.

Essa rappresenta la prima parte della curva teorica di risalita. La sua pen-

denza è $\frac{q \mu}{4\pi kh}$.

Quando δ assume valori molto grandi anche l'ultimo termine in Ei si può approssimare con una funzione logaritmica. Allora ne risulta:

$$p_w = p_{ws} - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{t + \delta}{\delta} \quad (33)$$

che rappresenta, in coordinate semilogaritmiche l'ultima parte della curva teorica di risalita, con pendenza doppia della parte iniziale. Questa ultima parte può essere estrapolata fino al valore $\ln \frac{t + \delta}{\delta} = 0$ per ottenere la pressione statica p_{ws} .

La distanza della faglia dal pozzo si può determinare come intersezione delle due rette. Ossia mediante la relazione:

$$- Ei \left(- \frac{a^2 \varnothing \mu c}{k t} \right) = \ln \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right) \quad (34)$$

Quando l'argomento di Ei è piccolo $< 0,01$ ad esempio, la (34), come già visto, può scriversi:

$$- \left[\ln \frac{a^2 \varnothing \mu c}{k t} + 0,5772 \right] = \ln \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right)$$

$$- \left[\ln \frac{a^2 \varnothing \mu c}{k t} + \ln e^{0,5772} \right] = \ln \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right)$$

$$\ln \frac{e^{0,5772} \cdot a^2 \varnothing \mu c}{k t} = \ln \left(\frac{t + \delta}{\delta} \right)$$

da cui

$$a^2 = \frac{k t}{1,783 \varnothing \mu c (t + \delta/\delta)} \quad (35)$$

Metodo del Pollard.

Non esistono limitazioni per le dimensioni del giacimento.

Questo metodo messo a punto per interpretare le curve di risalita in giacimenti accumulatisi in *calcari fratturati* ossia in rocce eterogenee, per i quali i metodi precedenti perdono parte della loro applicabilità, si discosta da essi anche per la equazione teorica che non deriva, dall'equazione di diffusività.

Questo metodo permette la determinazione separata della caduta di pressione

dovuta allo skin effect, alle macrofratture ed alle microfratture. Con esso si può inoltre determinare il miglioramento dovuto ad una acidificazione.

Tale metodo non dà risultati positivi per pozzi che non diano produzione abbastanza elevata.

Derivazione della formula di risalita. La teoria è stata elaborata basandosi sull'assunzione che lo spazio vuoto del giacimento è formato da due tipi di fessure: macrofratture comunicanti tra loro e microfratture della matrice comunicanti fra loro e con le macrofratture.

Essa tiene conto dell'esistenza di un sistema finito di vuoti, della differenza tra portata del pozzo e quella delle micro e macrofratture, della perdita di carico nelle macrofratture sulla parete del pozzo a causa dello skin effect.

Si suppone che durante l'ultimo stadio della risalita la portata delle microfratture entro le macrofratture (q_f) possa scriversi:

$$q_f = - V_f c_f \frac{d p_f}{d \delta} = A_1 (p_f - p_c) \quad (36)$$

ove:

c_f = comprimibilità dei fluidi nelle microfratture;

q_f = portata di fluido delle micro alle macrofratture in condizioni di giacimento;

V_f = volume delle microfratture;

p_f = pressione media nelle microfratture;

p_c = pressione media nelle macrofratture;

A_1 = costante.

Eliminando q_f si ha:

$$p_c = p_f + \frac{V_f c_f}{A_1} \cdot \frac{d p_f}{d \delta} \quad (37)$$

Trascurando il volume del pozzo rispetto al volume totale dei vuoti si ha:

$$q_f = - V_c c_c \frac{d p_c}{d \delta} = V_c c_c \frac{d p_c}{d \delta} \quad \text{ossia}$$

$$\frac{d p_c}{d \delta} = - \frac{V_f}{V_c} \frac{c_f}{c_c} \frac{d p_f}{d \delta} \quad (38)$$

Eliminando p_c tra la (37) e la (38) si ha:

$$\frac{d^2 p_f}{d \delta^2} + A_1 \frac{(V_f c_f + V_c c_c)}{V_f c_f \cdot V_c c_c} \frac{d p_f}{d \delta} = 0 \quad (39)$$

Ricordando che per $\delta = \infty$, $p_f = p_s$ e per $\delta = 0$, $V_f c_f (p_{fo} - p_s) = V_c c_c (p_s - p_{co})$ la (39) ha come soluzione:

$$p_f = p_s + \frac{V_c c_c (p_s - p_{co})}{V_f c_f} \cdot e^{-a_1 \delta}$$

dove:

- V_c volume delle macrofratture;
- p_s pressione statica stabilizzata;
- p_{co} pressione media nelle macrofratture al momento della chiusura.

$$a_1 = \frac{A_1 (V_f c_f + V_c c_c)}{V_f \cdot c_f \cdot V_c \cdot c_c} \quad (40)$$

dalla (37) segue:

$$p_c = p_s - (p_s - p_{co}) e^{-a_1 \delta} \quad (41)$$

Se si considera la portata delle macrofratture al pozzo si ha (q_c):

$$q_c = V_w c_w \frac{d p_w}{d \delta} = A_2 (p'_c - p_w) \quad (42)$$

ove:

- V_w = volume pozzo;
- c_w = comprimibilità fluido in pozzo;
- p_w = pressione in pozzo durante la risalita;
- p'_c = pressione nelle macrofratture vicino al pozzo;
- p_c = pressione media nelle macrofratture.

ossia:

$$p_w = p'_c - \frac{V_w c_w}{A_2} \frac{d p_w}{d \delta} \quad (43)$$

Durante l'ultima parte della risalita di pressione la differenza tra p'_c e p_c diventa trascurabile, ma è notevole durante i primi istanti.

Tuttavia, al fine di giungere ad una formula che approssimi questi primi stadi si è assunta la seguente relazione tra p_c e p'_c :

$$p'_c = p_c - B e^{-a_2 \delta} \quad (44)$$

Combinando la (41) e la (44) si ha:

$$p'_c = p_s - (p_s - p_{co}) e^{-a_1 \delta} - B e^{-a_2 \delta} \quad (45)$$

Sostituendo il valore ottenuto per p'_c nella (43) si ha:

$$p_w + \frac{V_w c_w}{A_2} \frac{d p_w}{d \delta} - p_s + (p_s - p_{co}) e^{-a_1 \delta} + B e^{-a_2 \delta} = 0 \quad (46)$$

Integrando la (46):

$$p_w = p_s - \frac{a_3 (p_s - p_{co})}{a_3 - a_1} e^{-a_1 \delta} - \frac{a_3 B}{a_3 - a_2} e^{-a_2 \delta} - \left\{ \left(p_s - p_{wo} \right) - \frac{a^3 (p_s - p_{co})}{a_3 - a_1} - \frac{a_3 B}{a_3 - a_2} \right\} e^{\frac{-A_2 \delta}{W_w c_w}}$$

ossia conglobando i valori costanti:

$$p_w = p_s - C e^{-a_1 \delta} - D e^{-a_2 \delta} - (p_s - p_w - C - D) e^{-a_3 \delta} \quad (47)$$

dove:

p_w = pressione di fondo pozzo.

I coefficienti sono assunti costanti sebbene non lo siano in realtà.

Ciò può supporre per pressioni al disopra del bubble point. Per pressioni inferiori si devono apportare correzioni.

Ognuno dei tre termini dell'equazione (47) rappresenta un fenomeno fisico, su cui è basata la teoria.

Il primo termine $C e^{-a_1 \delta}$ è una espressione approssimata della differenza tra la pressione statica del giacimento e la pressione nelle macrofratture e dipende dalla portata nelle macrofratture proveniente dalle microfratture.

Il secondo termine $D e^{-a_2 \delta}$ è un'espressione approssimata della perdita di pressione lungo le macrofratture, dovuto al flusso fluido nelle macrofratture.

Il terzo termine è un'espressione approssimata della differenza di pressione tra le fessure prossime al pozzo e il pozzo stesso. Questa è la perdita di pressione dovuta allo skin effect.

Poichè i volumi interessati dalle tre diverse permeabilità sono sensibilmente diversi i fenomeni che avvengono sono pure diversi.

- a) Il volume danneggiato attorno al pozzo è piccolissimo. Il suo effetto, al cessare del flusso nel pozzo viene quasi subito completamente annullato.
- b) Il volume delle macrofratture, tra la zona danneggiata e le microfratture è grande rispetto al precedente ma è ancora assai minore di quello interessato dalle microfratture. L'effetto di ristabilimento della pressione dura un poco di più di quello della zona danneggiata, ma diventa presto trascurabile.
- c) Il volume delle microfratture è il più grande.
Da un certo momento in poi della risalita, il comportamento della pressione nel pozzo è legato soltanto alle caratteristiche della zona microfratturata.

Rappresentazione grafica.

Per l'interpretazione della curva di risalita con questo metodo è necessario diagrammare le differenze fra la pressione statica e la pressione in risalita messe su scala logaritmica in funzione del tempo messo su scala lineare.

La retta RS della fig. 5 rappresenta l'aumento di pressione che si verifica nelle microfratture dopo che il secondo ed il terzo termine dell'equazione (47) sono divenuti trascurabili. Estrapolando questa retta fino al tempo zero si ottiene nell'intercetta sull'asse delle ordinate la differenza fra la pressione statica e la pres-

sione media nelle macrofratture esistente al momento della chiusura o in altri termini le perdite di pressione nelle microfratture.

La parte costante della caduta totale (QT nel diagramma di fig. 5) rappresenta la perdita di pressione nelle macrofratture più quella che si verifica nelle immediate vicinanze del pozzo per effetto dello skin effect.

Riferendoci sempre all'equazione (47) il primo termine dei due ultimi sopra detti (pressione statica meno pressione nelle macrofratture) può essere eliminato diagrammando la differenza fra la retta TR e la curva QR. I valori della retta TR possono essere letti sul diagramma stesso.

Estrapolando questa nuova curva chiamata « curva differenza » fino al tempo zero si ottiene nell'intercetta sull'asse delle ordinate la differenza fra la pressione nelle immediate vicinanze del pozzo (a monte della zona di skin effect) e la pressione media nelle macrofratture al momento della chiusura o in altri termini la caduta di pressione che si ha nelle macrofratture.

La parte esistente della caduta di pressione (X) rappresenta la pressione differenziale che si ha attraverso la zona influenzata dallo skin effect.

È stata sviluppata una teoria e ricavate due formule per determinare il volume delle macrofratture e delle microfratture, in funzione della pendenza della curva differenza di cui più sopra.

Queste sono:

$$V_c = \frac{q_0}{a_2 \cdot X \cdot c}$$

$$V_f = \frac{q_0}{a_1 (X + T) \cdot c}$$

ove:

V = volume macrofratture;

q_0 = portata all'istante di chiusura in condizioni di giacimento;

a_2 = pendenza della parte retta della curva differenza ciclo/ore.

c_v = comprimibilità media del fluido nel volume V;

X = ordinata al punto $t = 0$ della curva differenza;

T = ordinata della curva Δp a $t = 0$.

Procedimento per l'interpretazione:

- 1) Registrare le pressioni di risalita.
- 2) Riportare le differenze di pressione $p_{ws} - p_{wb}$ in ordinate su carta semilog in funzione del tempo in coordinate lineari.
- 3) Estrapolare la parte retta finale relativa alle microfratture.
- 4) Costruire la curva differenza ed estrapolare la 2^a parte retta.
- 5) Interpretare i risultati.

In figura 5 e tabella III è riportata l'interpretazione di una curva di risalita della pressione.

4.2 Calcolo del gradiente di pressione attorno al foro del pozzo

Utilizzando la soluzione dell'equazione di diffusività per il caso della pressione costante è possibile calcolare la variazione del gradiente di pressione attorno al foro del pozzo in funzione del tempo e quindi calcolare la velocità di spostamento del raggio di drenaggio.

Per raggio di drenaggio s'intende qui la distanza dal foro del pozzo a cui è giunto ad un determinato tempo il disturbo di pressione provocato dall'apertura del pozzo.

Infatti lo studio del moto transitorio di un fluido comprimibile ha messo in evidenza che quando un pozzo è messo in produzione con portata costante, un transitorio di pressione si sposta verso l'esterno come indicato in fig. 6.

L'equazione (IV-1-2-17) indica che la pressione in un flusso radiale di fluido comprimibile è funzione del tempo. Una soluzione dell'equazione di diffusività è data in termini dell'integrale esponenziale $Ei(-x)$ che è definito dalla seguente espressione:

$$Ei(-x) = - \int_x^\infty \frac{e^{-u} du}{u} = \left[\ln x - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2 \times 2} - \frac{x^3}{3 \times 3} + \text{ecc} \right]_x^\infty \quad (1)$$

Questo integrale è stato messo sotto forma di tabella dalla quale è stato ricavato il grafico di fig. 7.

$$\text{Ora se poniamo nell'equazione (1) } x = \frac{r^2}{4 \eta t}$$

(dove η è la costante di diffusività = $\frac{k}{\mu \phi c}$), differenziando si dimostra che

l'equazione (2) è una soluzione dell'equazione di diffusività per flusso radiale e per un sistema infinito.

$$\Delta p = \frac{q \mu}{4\pi h k} Ei \left(- \frac{r^2}{4 \eta t} \right) \quad (2)$$

Questa equazione può essere usata per trovare la caduta di pressione ad un qualsiasi raggio dopo che il pozzo sia stato in erogazione con una portata q per il tempo t .

Usando le unità pratiche l'equazione precedente diventa:

$$\Delta p = \frac{q \mu B_0}{14,16 kh} Ei \left(- \frac{r^2}{4 \eta t} \right)$$

dove:

Δp = caduta di pressione in psia = $p_e - p$;

p_e = pressione statica psia;

p = pressione al raggio r generico in psia;

q = portata in barili S.T./giorno;

μ = viscosità in cp;

B_o = fattore di volume di formazione Barili di giacim/Barili S.T.;

k = permeabilità in darcy;

h = spessore del pay in piedi;

r = raggio in piedi;

$$\eta = \frac{6,32 k}{\mu c \emptyset};$$

t = tempo in giorni.

Esempio: Determinare il gradiente di pressione dopo 10 giorni d'erogazione con portata costante $q = 200$ barili S.T./giorno.

Caratteristiche della formazione

$K = 100$ md;

$h = 15$ ft.;

$\emptyset = 0,234$;

$p_e =$ pressione al limite esterno (pressione statica) = 3000 psia.

Caratteristiche del fluido

$c =$ comprimibilità = 15×10^{-6} psi⁻¹;

$\mu = 0,72$ cp;

$B_o = 1,475$ barili/barili S.T.

Si calcola la pressione in due punti a distanza r_1 ed r_2 dal pozzo.

Si assume $r_1 = 10$ piedi; $r_2 = 1000$ piedi.

$$\eta = \frac{6,32 k}{\mu \emptyset c} = \frac{6,32 \cdot 0,10}{0,72 \cdot 0,234 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 25 \cdot 10^4$$

$$\text{per } r_1 = 10 \quad \frac{r_1^2}{4 \eta t} = \frac{(10)^2}{4 \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 10} = 0,00001$$

$$\text{per } r_2 = 1000 \quad \frac{r_2^2}{4 \eta t} = \frac{(1000)^2}{4 \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 10} = 0,10$$

Quindi le pressioni p_1 e p_2 sono rispettivamente date da:

$$p_1 = 3000 + \frac{200 \cdot 0,72 \cdot 1,475}{14,16 \cdot 0,10 \cdot 15} E_i(-0,00001)$$

$$p_2 = 3000 + \frac{200 \cdot 0,72 \cdot 1,475}{14,16 \cdot 0,10 \cdot 15} E_i(-0,10)$$

Utilizzando il grafico si ottiene:

$$E_i(-0,00001) = -11$$

$$E_i(-0,10) = -1,82$$

e quindi:

$$p_1 = 2890$$

$$p_2 = 2982 \text{ psia}$$

La fig. 6 mostra le curve di distribuzione della pressione calcolate con questo metodo per diversi tempi d'erogazione.

Un confronto di queste curve con la curva di distribuzione della pressione per un flusso permanente (vedi equazione IV-2-2-2) mette in evidenza che la variazione transitoria della pressione può essere con buona approssimazione rappresentata da una serie di stati permanenti in cui il raggio di drenaggio assume valori progressivamente crescenti.

Il valore del raggio di drenaggio ad un determinato tempo dall'apertura del pozzo può essere calcolato con l'equazione (IV-1-1-1):

$$t = \frac{0,04 c \varnothing \mu r^2}{k}$$

che lega il tempo al raggio di drenaggio.

Riprendendo l'esempio precedente si può calcolare il raggio di drenaggio (cioè la distanza dal pozzo raggiunta dal disturbo di pressione) dopo 10 giorni d'erogazione.

$$r_e = \sqrt{\frac{k t}{0,04 \mu c \varnothing}} = \sqrt{\frac{0,10 \cdot 10}{0,04 \cdot 0,72 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 0,234}} = 3162 \text{ piedi}$$

Trovato il raggio di drenaggio è immediata quindi, utilizzando l'equazione del flusso permanente, (vedi tab. IV-2-1) il calcolo della curva del gradiente di pressione a quel determinato tempo.

Sempre per l'esempio precedente al raggio di 1000 piedi la pressione sarà dopo 10 giorni:

$$p = p_e - \frac{q \mu B_o \ln r_e/r}{7,07 kh}$$

$$= 3000 - \frac{200 \cdot 0,72 \cdot 1,475 \cdot \ln 1000}{7,07 \cdot 0,10 \cdot 15} = 2977 \text{ psia}$$

Valore quasi simile a quello calcolato precedentemente usando l'integrale esponenziale.

L'integrale esponenziale E_1 è una soluzione generale di quella già mostrata nell'analisi delle curve di risalita della pressione.

È stato dimostrato infatti che l'integrale esponenziale può essere espresso dalla seguente serie:

$$E_1(-x) = \ln x + 0,5772 - x + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{3 \cdot 3!}$$

Il numero dei termini richiesti dipende dal valore dell'argomento x e dalla precisione che si vuole ottenere.

Per valori di x minori di 0,02 il valore di $E_1(-x)$ è con buona approssimazione uguale a $(\ln x + 0,577)$.

È questa approssimazione che è stata usata nello sviluppo delle equazioni della risalita di pressione vista nel paragrafo precedente.

4.3 Interferenza di pressione fra i pozzi

Le prove di interferenza fra i pozzi sono utili per diversi scopi nel reservoir engineering, come:

- determinazione del raggio di drenaggio effettivo di un particolare pozzo e di un gruppo di pozzi — controllo del drenaggio di un'area;
- determinazione della continuità della formazione attraverso i pozzi o di faglie o barriere impermeabili;
- determinazione dello spacing optimum e indirettamente delle riserve producibili da un particolare pozzo.

Usate insieme con le prove di risalita di pressione le prove portano alla determinazione anche della permeabilità effettiva.

Si definisce come prova di interferenza di pressione il procedimento di chiudere un pozzo in produzione, misurando con continuità la pressione di fondo, mentre un pozzo adiacente continua a produrre.

L'interferenza di pressione sarà indicata da un particolare comportamento (diminuzione) della pressione nel pozzo mantenuto chiuso.

Quando la pressione cade nei pozzi come risultato della interferenza si ha una prova che il giacimento ha permeabilità attraverso il giacimento dal pozzo in produzione a quello mantenuto chiuso. La caduta di pressione attraverso l'area rende evidente il moto del fluido attraverso tutta quella parte di giacimento affetta dalla riduzione di pressione.

Le prove di interferenza permettono di valutare la continuità del giacimento e quindi di stabilire il tipo di completamento del pozzo e lo spacing necessario. Molte volte la prova finale dell'esistenza di faglie o di altre barriere di permeabilità che possano influire sul completamento o sullo spacing, è data dalla valutazione dell'andamento di pressione durante le prove di interferenza.

Per programmare le prove d'interferenza è necessario applicare l'equazione (2) del paragrafo precedente o analoghe equazioni per calcolare l'ordine di grandezza della variazione di pressione che si avrà al pozzo chiuso per effetto dell'erogazione dei pozzi adiacenti.

Questa variazione di pressione deve essere grande abbastanza in modo che possa essere registrata dai misuratori di pressione di fondo.

Spesso è conveniente inoltre fare la previsione del tempo necessario per una prova di interferenza.

Per lo studio dell'interferenza fra i pozzi e per il calcolo della riduzione di portata che si ha per effetto dell'interferenza stessa è necessario adottare il principio di sovrapposizione cioè che la caduta totale di pressione che si ha nel pozzo chiuso è uguale alla somma delle cadute di pressione causate dal flusso di ogni pozzo adiacente. Per esempio, se quattro pozzi in produzione interferiscono con un pozzo mantenuto chiuso ognuno per 2 psi, la caduta di pressione totale sarà di 8 psi.

Benchè l'equazione (IV-4-2-2) sia applicabile, rigorosamente parlando, ad un giacimento infinito, questa può essere modificata per tener conto dei limiti nel caso di un giacimento parzialmente o totalmente chiuso.

L'effetto del limite causa sempre una caduta di pressione maggiore di quella che si avrebbe nel caso di giacimento infinito. Il metodo detto delle immagini è molto utile per risolvere in modo semplice questo problema.

Per esempio la caduta di pressione in un punto P qualsiasi del giacimento causato dalla produzione del pozzo posto ad una distanza d da una chiusura (per esempio una faglia), è uguale alla somma dell'effetto del pozzo stesso e del pozzo immagine posto ad una distanza d dall'altra parte della faglia.

Cioè la pressione al punto P dopo t sarà uguale a:

$$p = p_e + \frac{q}{4hk} (E_1 \left(- \frac{r_1^2}{4t} \right) + E_1 \left(- \frac{r_2^2}{4t} \right))$$

dove r_1 ed r_2 sono le distanze del pozzo in produzione e del pozzo immagine del punto P.

4.4 Migrazione

La migrazione di olio da una zona all'altra di un giacimento è un problema di drenaggio che diviene particolarmente importante se il giacimento è diviso in concessioni di diversi proprietari.

Se da un pozzo si produce molto di più mentre gli altri vengono limitati nella portata si verifica la migrazione dalla zona a bassa produzione verso quella ad alta, purchè vi sia continuità di permeabilità.

La migrazione attraverso le linee di confine delle concessioni si verifica anche ove porzioni di un campo non siano sfruttate per un periodo di tempo mentre lo sono altre adiacenti. L'equazione 4.2 (2) è utile per il calcolo della migrazione di olio attraverso una linea di confine.

Supponiamo di avere tre pozzi nella lease A e quattro pozzi nella lease B e che siano di uguale spessore netto di pay e che ogni pozzo produca 40 B STO/D. Inoltre:

$$H = 20' \text{ pay netto};$$

$$K = 1000 \text{ md};$$

$$\mu = 1 \text{ cps (olio)};$$

$$c = 5 \times 10^{-6} \text{ vol/vol/psi};$$

$$\phi = 0,25;$$

$$q = 40 \text{ Barili S.t/giorno};$$

$$B = 1,25 \text{ Barili/Barili S.T};$$

$$t = 500 \text{ giorni dopo che il pozzo B-4 inizia la produzione.}$$

Sostituendo nella 4.2 (2) si ha:

$$P = \frac{5,615 (1,0) (1,25 \cdot 40)}{4 (3.2426) 244 (0,000044) 20 (1000)} \cdot (-E_i \left(- \frac{r^2}{4 \eta t} \right))$$

$$= 0,176 - E_i \left(- \frac{r^2}{4 \eta t} \right)$$

$$\text{ove: } = \frac{k}{\phi c} = \frac{(0,000044) (1000)}{1 (0,25) (5 \cdot 10^{-6})} = 35200$$

I calcoli sono semplificati dal fatto che la caduta di pressione attraverso la lease line provocata da un pozzo è la stessa indipendentemente dal fatto se altri pozzi interferiscono.

Pertanto, il problema può essere risolto per mezzo dell'equazione 4.2 (2) anche se un solo pozzo erogasse.

Questo metodo esegue il calcolo della caduta di pressione dal limite radiale fino ad ognuno dei punto r (scelti in questo problema a 50 ft l'uno dall'altro) sulla diagonale dal pozzo ed equidistanti dalla lease line. La caduta di pressione fra i punti della diagonale moltiplicata per il seno dell'angolo che la diagonale fa con la lease line, dà la caduta di pressione effettiva perpendicolare alla lease line nel punto di investigazione. La caduta di pressione media lungo la lease line si ricava facendo la media della caduta di pressione per foot nei punti scelti lungo la lease line. Il procedimento per calcolare la caduta di pressione media lungo la lease line e la corrispondente portata di migrazione olio è indicato nella tabella IV.

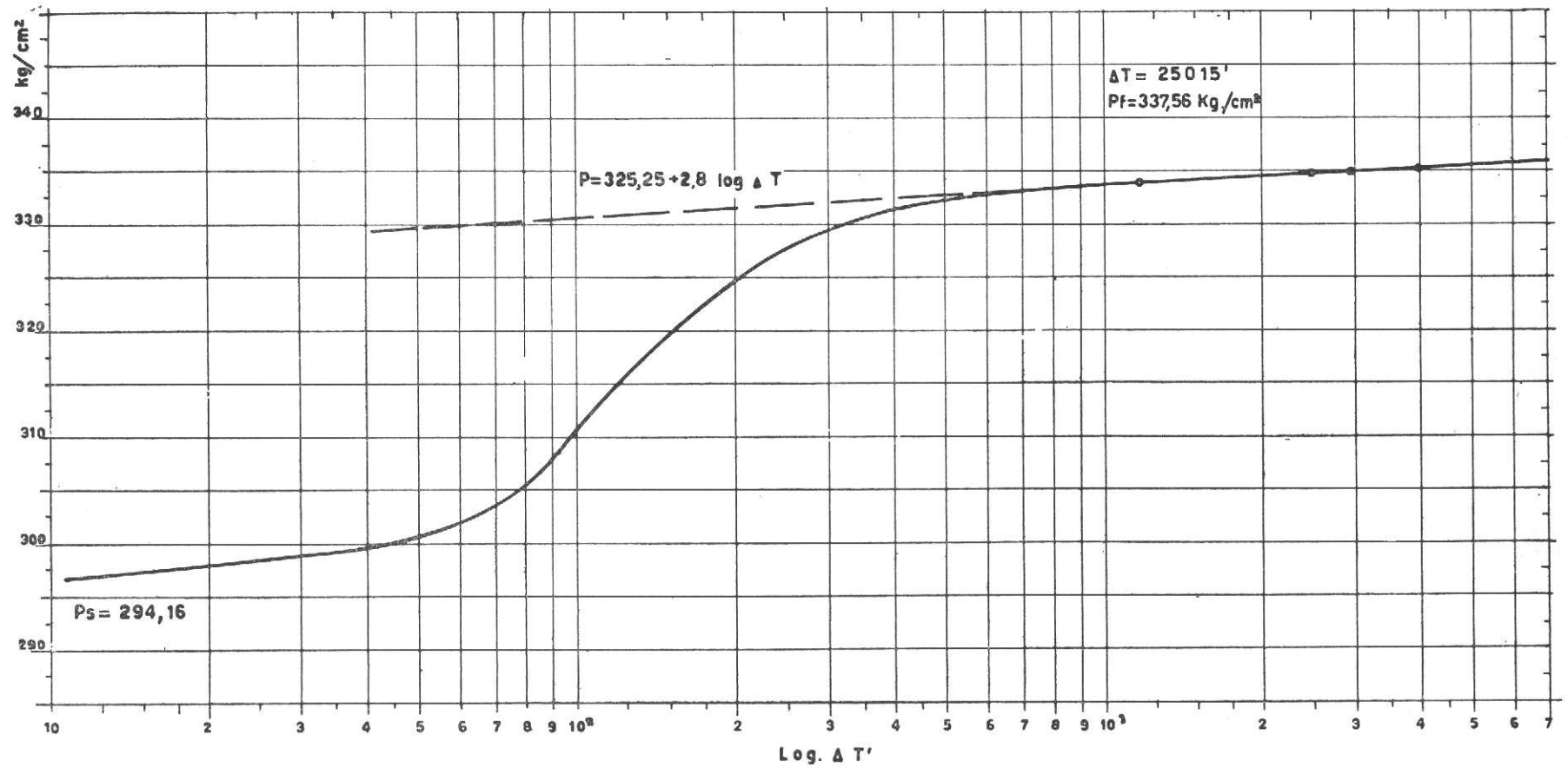


Fig. 1

Risalita di pressione,
metodo di HURST

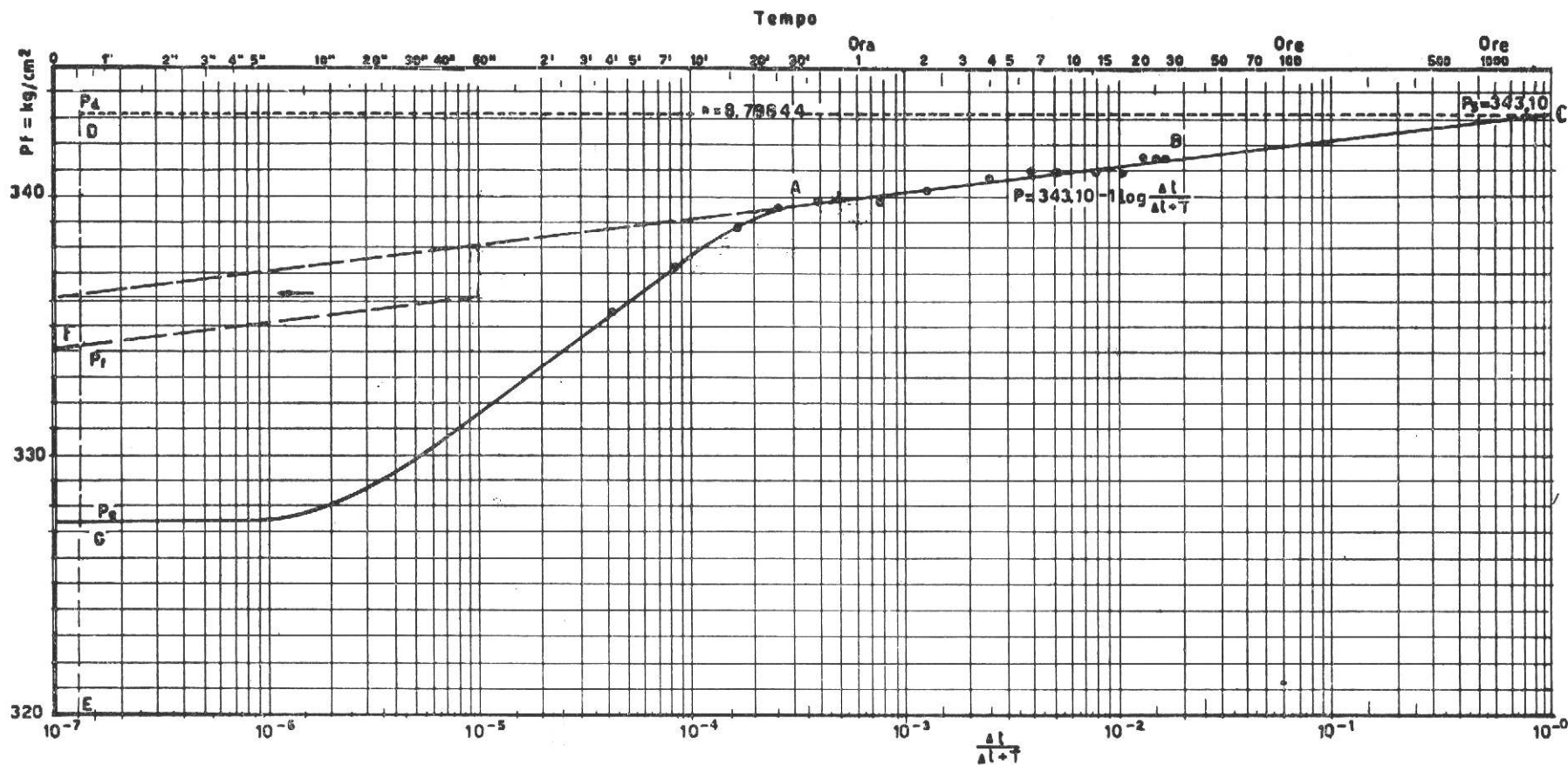


Fig. 2
 Interpretazione della curva di risalita,
 metodo di Arps

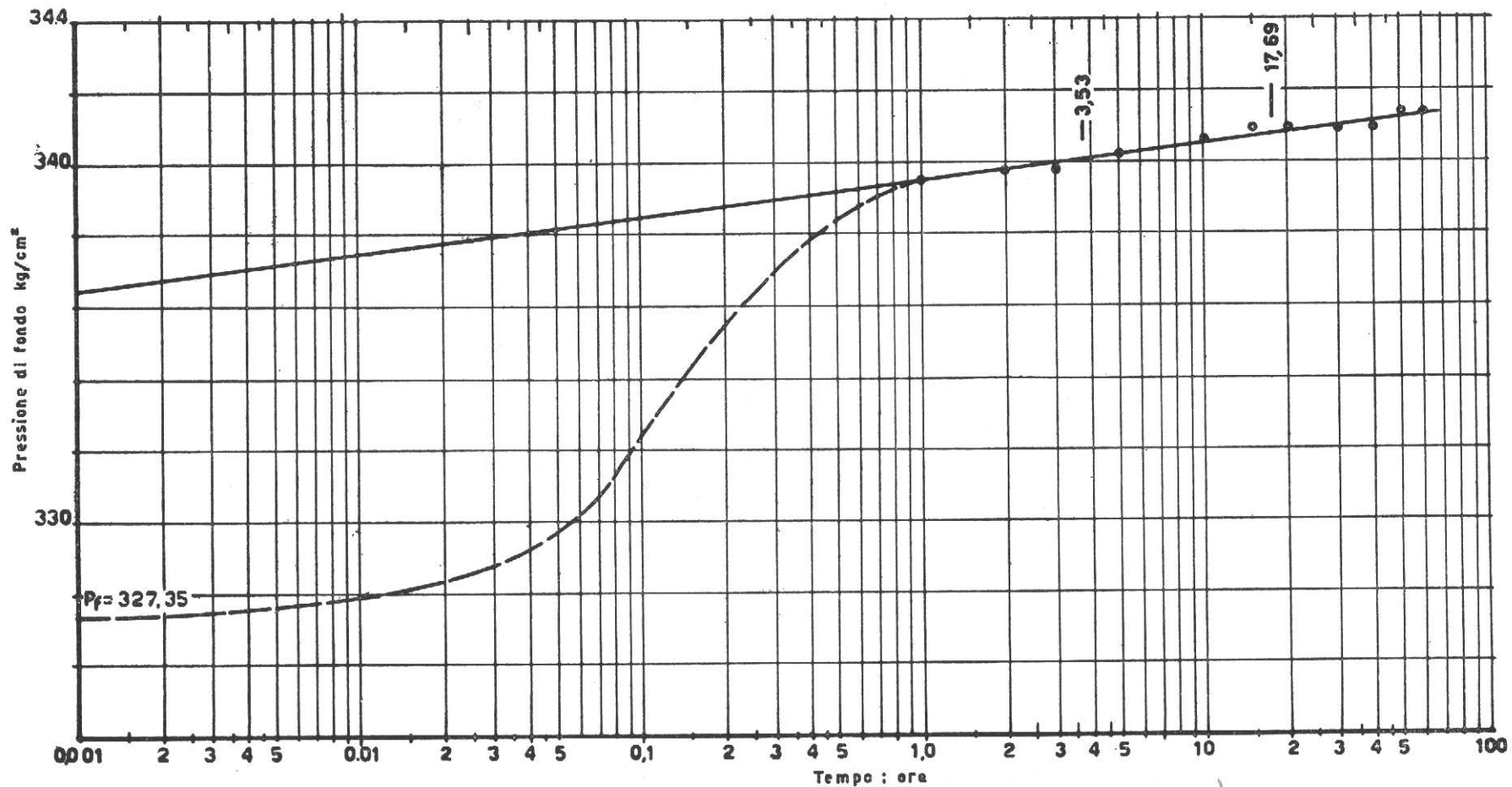


Fig.-3
 Interpretazione della curva di risalita,
 metodo M.D.H.

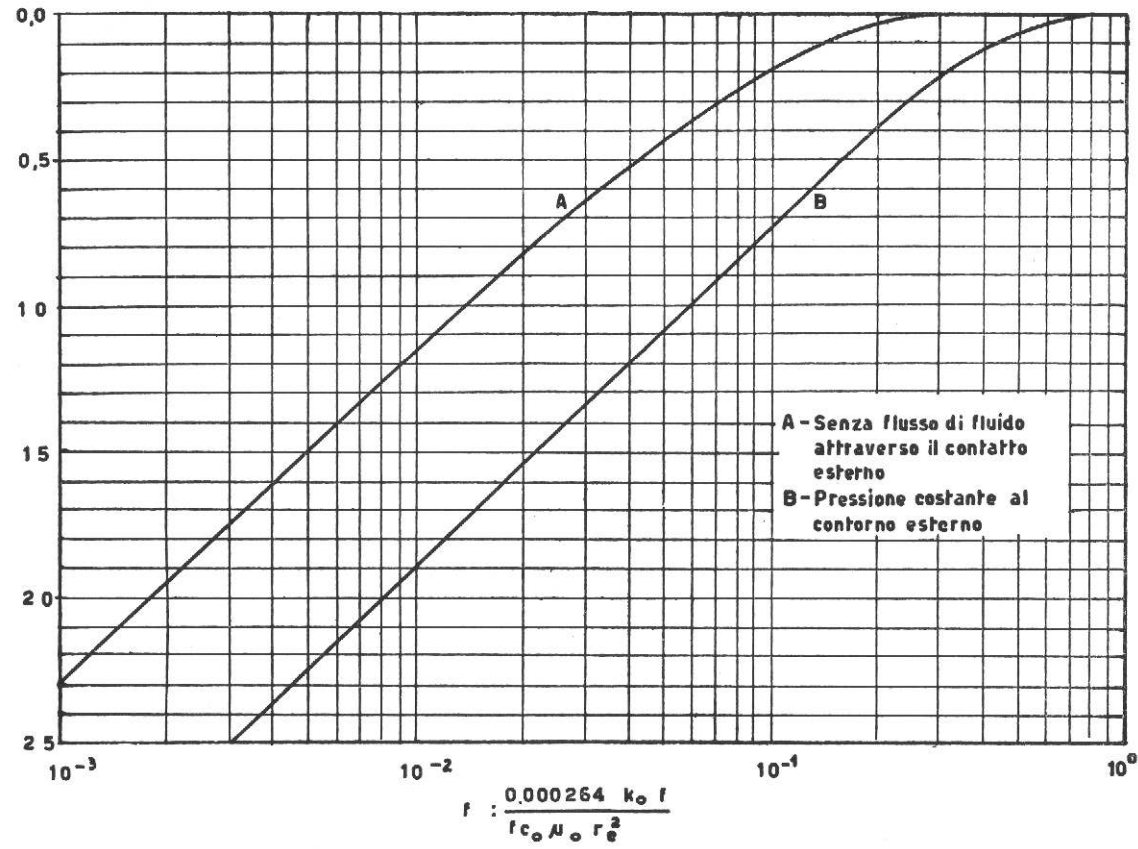


Fig. 4

Curva della risalita di pressione in termini adimensionali (metodo M.D.H.)

TABELLA I

Interpretazione delle curve di risalita della pressione - metodo ARPS

N_p = produzione cumulativa	22.317.000	lt
q = portata di produzione	133.200	lt/g
h = spessore netto del pay	155	mt
\emptyset = porosità	7	%
B = fattore di volume	1,0847	
μ = viscosità dell'olio	280	cp
c = comprimibilità dell'olio	$1,124 \times 10^{-4}$	vol/vol/atm
t = tempo di produzione = $1440 \frac{N_p}{q}$	241.200	min
r_w = raggio del pozzo		cmt

Si costruisce la curva in un diagramma ordinate = pressioni (scala decimale)

ascisse = $\frac{\Delta t}{t + \Delta t}$ (scala logaritmica).

Tempo min t' Δt	$\frac{\Delta t}{t + \Delta t}$	Pressione P Kg/cmq
0	0	327,35
12	$4,16 \times 10^{-3}$	335,65
20	$8,37 \times 10^{-3}$	337,15
40	$1,66 \times 10^{-2}$	338,75
60	$2,49 \times 10^{-2}$	339,55
90	$3,73 \times 10^{-2}$	339,75
120	$4,99 \times 10^{-2}$	339,75
180	$7,46 \times 10^{-2}$	339,75
300	$1,24 \times 10^{-1}$	340,20
600	$2,48 \times 10^{-1}$	340,65
900	$3,72 \times 10^{-1}$	340,95
1200	$4,95 \times 10^{-1}$	340,95
1800	$7,41 \times 10^{-1}$	340,95
2400	$9,86 \times 10^{-1}$	340,95
3000	$1,23 \times 10^{-1}$	341,35
3600	$1,47 \times 10^{-1}$	341,35
3840	$1,56 \times 10^{-1}$	341,35

Pressione statica

Estrapolando la retta al punto $\frac{\Delta t}{t + \Delta t} = 1$ si ottiene $p_{ws} = 343,10$.

Inclinazione della retta $m = 1,00 \text{ Kg/cmq/ciclo}$

Equazione della retta

$$p = p_{ws} + 0,02192 \frac{q B \mu}{h k} \log_{10} \frac{\Delta t}{t + \Delta t}$$

$$P = 343,10 - 1 \log_{10} \frac{\Delta t}{t + \Delta t}$$

Permeabilità

$$k = 0,02192 \frac{Q B \mu}{mh} = \frac{0,02192 \cdot 1,0847 \cdot 280 \cdot 133200}{1 \cdot 155} \text{ K} = 5721 \text{ md}$$

Determinazione del numero di cicli (n) per giacimento sotto saturo

$$n = \log_{10} \frac{0,13040 \cdot k \cdot t}{\emptyset \cdot \mu \cdot c \cdot r_w^2} = \log_{10} \frac{0,13040 \cdot 2721 \cdot 241.200}{0,07 \cdot 280 \cdot 1,124 \cdot 10^{-4} \cdot 129} = 8,798 \text{ cicli}$$

Completion factor

$$CF = \frac{P_D - P_F}{P_D - P_G} \cdot \frac{343,10}{343,10} \cdot \frac{-334,10}{-327,35} \cdot 100 = 50 \%$$

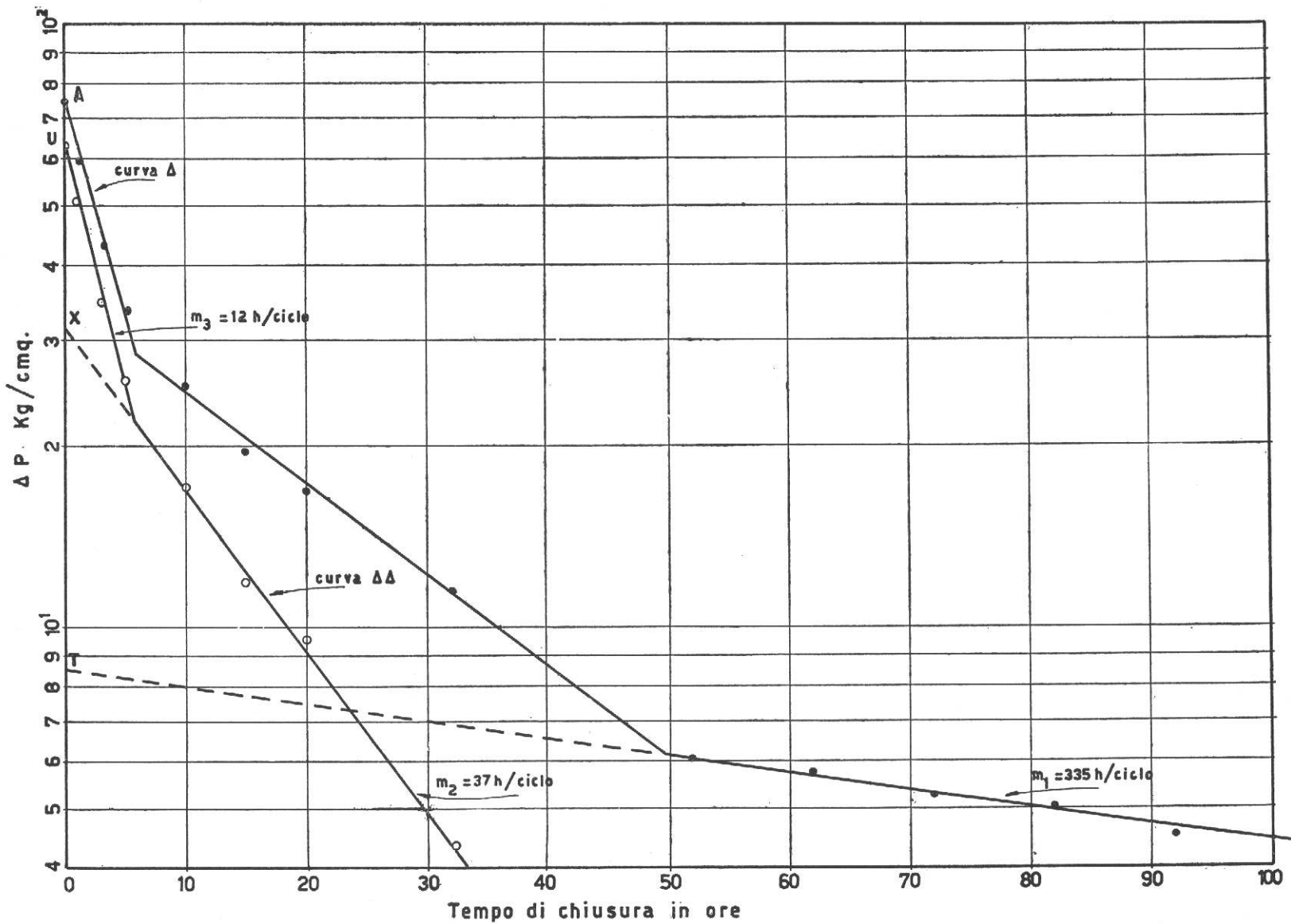


Fig. 5

Interpretazione curva di risalita con il metodo di Pollard

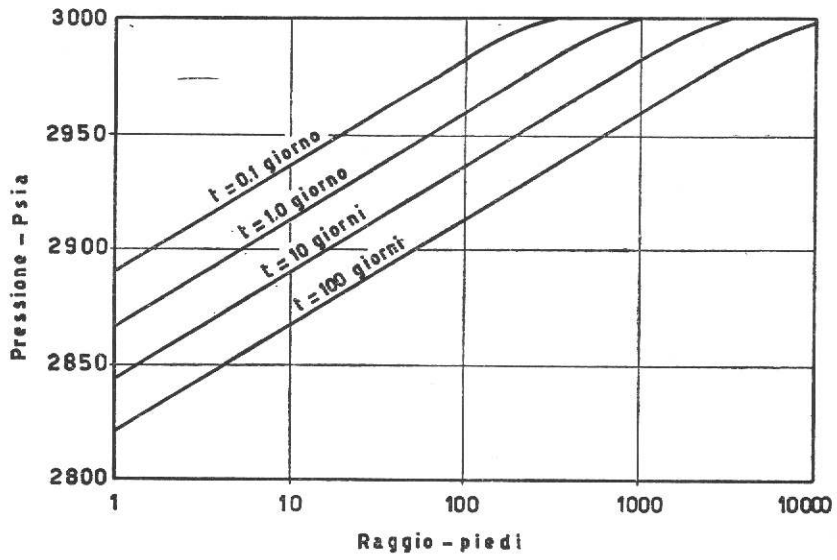


Fig. 6

Distribuzione della pressione attorno al pozzo in funzione del tempo. Portata q costante.

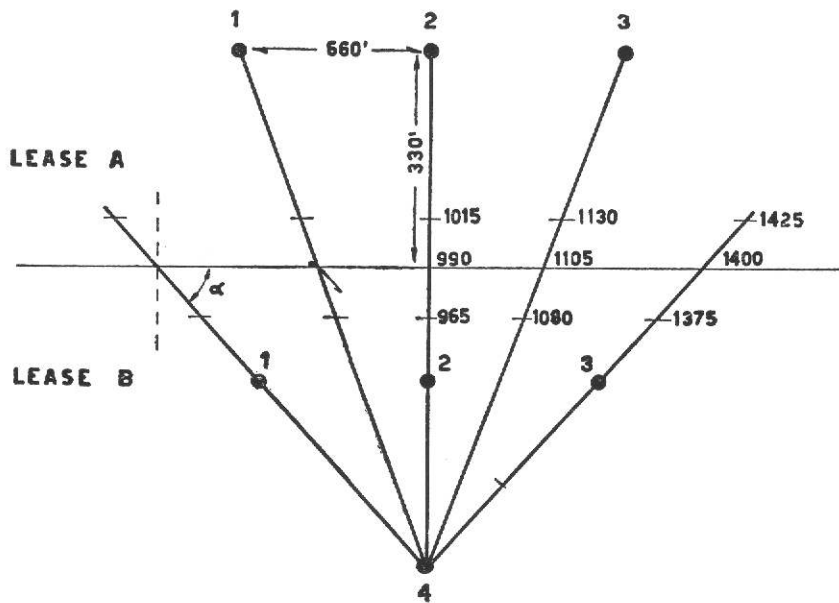


Fig. 8 - Calcolo della portata di migrazione attraverso una "lease line".

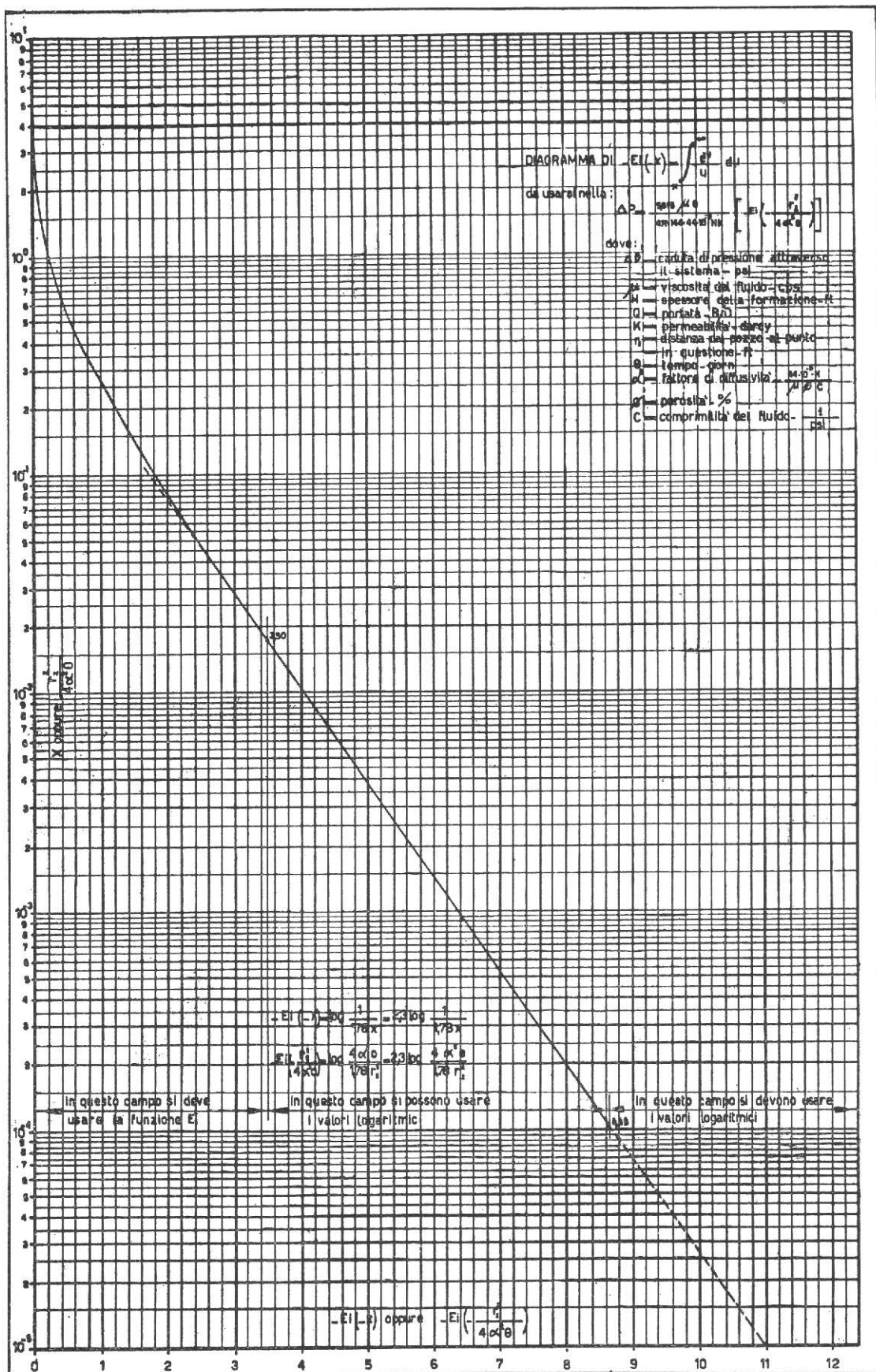


Fig. 7 — Funzione E_i

TABELLA II

Interpretazione delle curve di risalita di pressione - metodo M.D.H.

Dati di risalita	
t (ore)	P (kg/cmq)
0	327,35
1	339,55
2	339,75
3	339,75
5	340,20
10	340,65
15	340,95
20	340,95
30	340,95
40	340,95
50	341,35
60	341,35

Campo Livello Pozzo Data

Q = portata di produzione lt/g 133.200
 h = spessore netto del pay mt 155
 Ø = porosità 0,07
 B = fattore di volume 1,0847
 µ = viscosità cp. 280
 c = comprimibilità V/V/atms $1,124 \times 10^{-4}$
 r_e = raggio di drenaggio mt 400
 r_w = raggio del pozzo mt 0,113

Analisi dei dati di risalita

1) Dal grafico di P-f (log t), m = 1 kg/cmq ciclo

$$2) k = 0,02192 \frac{Q B \mu}{mh} \frac{0,02192 \cdot 1,0847 \cdot 280 \cdot 132200}{1 \cdot 155} = 5720 \text{ md}$$

$$t_D = \frac{3,487 \cdot 10^{-4} K t}{\varnothing c \mu r_e^2} = \frac{3,487 \cdot 10^{-4} \cdot 5720 \cdot t}{0,07 \cdot 1,124 \cdot 10^{-4} \cdot 280 \cdot 160000} = 0,00565 t$$

3) *Pressione statica*

$$p_{ws} = p_{(15 \text{ ore})} + \frac{m \Delta p_D}{1,15}$$

per $t = 15$ ore dal grafico universale $t_D = 0,085$ $\Delta p_D = 0,82$

$$p_{ws} = 340,95 + \frac{1,00 \cdot 0,82}{1,15} = 341,66 \frac{\text{Kg}}{\text{cmq}}$$

4) *Indice di produttività*

$$\text{P.I.} = \frac{Q}{P_s - P_f} = \frac{133.200}{341,66 - 327,35} = 9300 \quad \text{lt/g/kg/cmq}$$

5) *Efficienza del completamento*

$$\frac{k_a}{k_e} = \frac{Q}{Q_o} = \frac{2 m \log r_e/r_w}{P_{ws} - P_{wf}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \log \frac{400}{0,113}}{341,66 - 327,35} = 0,496$$

TABELLA III

Interpretazione delle curve di risalita della pressione - metodo POLLARD

N_p = produzione cumulativa	mc.;	B = fattore di volume	1,085
q = portata di produzione	82,22 mc/g.;	μ = viscosità dell'olio	282,24
H = spessore netto del pay	46,8 mt.;	c = comprimibilità	$1,614 \times 10^{-4}$
\emptyset = porosità	7 %;	p_s = pressione statica	340
S_w = saturazione in acqua	10		

Tempo di chiusura O (ore) (1)	Pressione p Kg/cmq. (2)	Press. diff. $p = p_s - p$ $p_s - (2)$ Kg/cmq. (3)	Press. sulla linea m^2 Kg/cmq. (4)	Curva Δp (3) - (4) Kg/cmq. (5)	Osservazioni
0	267,80	72,20	8,5	63,70	
1	281,00	59,00	8,4	51,60	
3	297,00	43,00	8,3	34,70	
5	306,50	33,50	8,2	25,30	
10	314,80	25,20	8,0	17,00	
15	320,40	19,60	7,7	11,90	
20	323,20	16,80	7,4	9,40	
32	328,80	11,20	6,9	4,30	
42	330,75	9,25			
52	334,00	6,00			
62	334,25	5,75			
72	334,80	5,20			
82	335,00	5,00			
92	335,50	4,50			
102	335,65	4,35			

Calcolo di C.F.

$$\frac{Q - (U-X)}{Q} = \frac{72,2 - (63,7 - 31)}{72,2} = 56 \%$$

Indice di produttività

$$PI = \frac{q}{X + T} = \frac{82,22}{39,5} = 2,08 \text{ mc/g/atm.}$$

Pendenze

$$m_2 = 37 \text{ ore/ciclo}$$

$$m_1 = 335$$

$$a_2 = \frac{2,3 \cdot 24}{m^2} = 1,49 \text{ ciclo/ora}$$

$$a_1 = \frac{2,3 \cdot 24}{335} = 0,165$$

$$X = 31$$

$$X + T = 39,5$$

Volume macrofratture

$$V_c = \frac{q_0}{a_2 \cdot X \cdot c} = \frac{q \cdot 82,22 \cdot 1,085}{a_2 \cdot X \cdot c} = \frac{82,22 \cdot 1,085}{1,49 \cdot 31 \cdot 1,614 \cdot 10^{-4}} = 11.800 \text{ mc}$$

Volume microfratture

$$V_f = \frac{q_0}{q_1 \cdot (X + T) \cdot C} = \frac{82,22 \cdot 1,085}{0,165 \cdot 39,5 \cdot 1,614 \cdot 10^{-4}} = 85000 \text{ mc}$$

TABELLA IV

Calcolo del gradiente di pressione medio e della portata di migrazione olio attraverso una lease line utilizzando la funzione E_i

C-1	C-2	C-3	C-4	C-5	C-6	C-7	C-8	C-9
ft	r^2	$\frac{1}{4n^2t}$	x	$-E_i(x)$	ΔP	Caduta di pressione diagonale alla lease line PSI/Foot ($\Delta P_1 - \Delta P_2$)	Fattore angolare $\frac{\sin 990}{r}$	Caduta di pressione perpendicol. alla lease line PSI/Foot
r		$4 \times 35200 \times 500$	(C-2)(C-3)	E_i curva	C-5 (0,176)	50		
1.425	$2,03 \times 10^3$	$0,142 \times 10^{-7}$	0,0288	3,00	$\Delta P_1 0,528$	} 0,000360	} 0,707	} 0,000255
1.375	$1,89 \times 10^3$	»	0,0268	3,10	$\Delta P_2 0,546$			
1.130	$1,28 \times 10^3$	»	0,0182	3,45	0,607	} 0,000400	} 0,896	} 0,000358
1.080	$1,17 \times 10^3$	»	0,0166	3,56	0,627			
1.015	$1,03 \times 10^3$	»	0,0146	3,70	0,651	} 0,000480	} 1,000	} 0,000480
965	$0,93 \times 10^3$	»	0,0132	3,78	0,665			
1.130	$1,28 \times 10^3$	»	0,0182	3,45	0,607	} 0,000400	} 0,896	} 0,000358
1.080	$1,17 \times 10^3$	»	0,0166	3,56	0,627			
1.425	$2,03 \times 10^3$	»	0,0288	3,00	0,528	} 0,000360	} 0,707	} 0,000255
1.375	$1,89 \times 10^3$	»	0,0268	3,10	0,546			

Totale = 0,001706

$$\Delta P \text{ medio lungo la lease line} = \frac{(0,001706) (144)}{5} = 0,04913 \text{ PSI/F}$$

$$q = \frac{K A \Delta P}{5.615 \mu L} = \frac{K A H P}{5.615 \times 1 \times 1} = \frac{(0,000044) (1000) 3 (660) 20 (0,04913)}{5.615 \times 1 \times 1} = 15,25 \text{ B/D}$$