

4. La valutazione delle riserve di olio e di gas

4.1. Premessa

L'importanza di disporre, già in fase di piano di sviluppo e coltivazione di un giacimento, di una stima attendibile del volume di idrocarburi esistenti in giacimento, e del quantitativo di tali idrocarburi che potrà essere recuperato, è di per sé evidente.

In questa fase, nella quale ovviamente non si dispone di dati di comportamento del giacimento in corso di produzione, l'unico metodo che permette di valutare queste grandezze è il *metodo volumetrico*.

Vedremo più avanti che, quando si disponga di una storia passata del comportamento del giacimento di sufficiente lunghezza, i risultati della valutazione col metodo volumetrico possono essere confrontati ed eventualmente corretti, almeno per quanto si riferisce al volume di idrocarburi in giacimento, con i valori della stessa grandezza calcolati con il *metodo di bilancio volumetrico* o "bilancio dei materiali" (material balance).

Prima di descrivere il metodo volumetrico riteniamo opportuno presentare alcune definizioni, riprodotte integralmente dalle definizioni ufficiali⁷ approvate dal consiglio direttivo della Society of Petroleum Engineers nella seduta del 27 febbraio 1987, ed accettate dalla maggior parte delle Società petrolifere dei paesi ad economia di mercato.

4.2. Riserve

Si definiscono *riserve* i volumi stimati di petrolio greggio, gas naturale, condensati da gas naturale, liquidi recuperati da gas naturale e sostanze ad essi associate (ad es.: zolfo da idrocarburi contenenti H₂S) che si prevede possano essere commercialmente recuperati da accumuli noti, *a partire da una certa data in avanti, nelle condizioni economiche esistenti al momento, impiegando tecniche operative già note e con la normativa di legge vigente al momento*.

Le stime delle riserve si basano sull'interpretazione dei dati geologici e/o ingegneristici disponibili al momento nel quale la valutazione viene eseguita.

In genere, il valore stimato delle riserve viene rivisto nel corso della produzione, di mano in mano che si rendono disponibili nuovi dati geologici e/o di ingegneria di giacimento, oppure quando si verificano variazioni nell'economia di mercato.

Le riserve non comprendono i volumi di petrolio, gas naturale, condensati o liquidi da gas naturale che sono mantenuti in stoccaggio nei serbatoi di campo oppure in giacimento. Se richiesto ai fini di rapporti finanziari o per altri scopi speciali, i valori delle riserve possono venire ridotti per tener conto dei consumi di campo e/o di perdite di lavorazione.

La proprietà di una certa riserva può cambiare nel tempo, a seguito della scadenza della concessione o del contratto di produzione; quando ciò incide sull'attribuzione delle riserve ad una data Società le variazioni di concessione o di contratto debbono venire individuate per ogni tipo di riserva.

Si fa distinzione fra riserve producibili per energia naturale del giacimento e riserve producibili con l'impiego di processi di miglioramento del fattore di recupero. Nel termine "recupero migliorato" sono compresi tutti i metodi per incrementare l'energia naturale del giacimento al fine di aumentare il recupero finale dal giacimento stesso. Tali metodi comprendono: (1) il mantenimento della pressione, (2) il ricircolo del gas (cycling), (3) l'iniezione d'acqua, (4) i metodi termici, (5) i processi basati sull'impiego di tensioattivi e polimeri, e (6) l'impiego di fluidi di spiazzamento miscibili o immiscibili con l'olio.

Tutte le stime di riserve comportano un certo grado di indeterminazione, che dipende principalmente dalla quantità ed attendibilità dei dati geologici ed ingegneristici disponibili al momento nel quale la stima viene eseguita, nonché dalla maniera con la quale tali dati sono stati elaborati ed interpretati.

Il grado di incertezza relativa può venire espresso suddividendo le riserve in due classi: "riserve accertate" e "riserve non accertate".

La probabilità di riuscire a produrre le riserve non accertate è minore che per le riserve accertate. Le riserve non accertate possono venire ulteriormente suddivise in due classi a livello decrescente di probabilità di venire prodotte: *riserve probabili* e *riserve possibili*.

4.2.1. **Riserve accertate**

Le riserve accertate sono quelle riserve per le quali si può stimare con ragionevole certezza che potranno essere recuperate nelle condizioni economiche esistenti al momento della stima. Tali condizioni economiche comprendono, fra l'altro, i prezzi di vendita ed i costi di produzione esistenti al momento della stima. Le riserve accertate possono essere sia già sviluppate che ancora da sviluppare.

In generale, le riserve vengono classificate come "accertate" se la possibilità di produrle in termini economici è supportata dal risultato di prove di produzione o di formazione. Il termine "accertato" si riferisce al volume stimato delle riserve, e non semplicemente alla produttività di un pozzo o di un giacimento. In certi casi, delle riserve possono venire classificate come accertate anche solo sulla base di logs elettrici (o di altri tipi di logs) e/o analisi di carote che indichino che il giacimento in questione contiene idrocarburi, ed è simile ad altri giacimenti nella stessa area che stanno producendo, oppure che hanno dimostrato la loro capacità di produrre attraverso una prova di formazione.

L'area di giacimento considerata "accertata" comprende: (1) l'area delimitata dai pozzi e dai contatti acqua/olio (o acqua/gas) ed olio/gas, se esistenti, (2) l'area non ancora perforata che può essere ragionevolmente considerata come economicamente produttiva sulla base di dati geologici ed ingegneristici disponibili. In mancanza di dati circa i contatti acqua/olio o

acqua/gas, il punto strutturalmente più basso nel quale sono stati rinvenuti idrocarburi commercialmente producibili ("oil down to", oppure "gas down to") è quello che definisce il limite inferiore della zona accertata, a meno che non si abbiano indicazioni contrarie da dati ingegneristici o di comportamento del giacimento di assoluta certezza.

Perché delle riserve vengano classificate come "accertate" devono esistere ed essere operative le attrezzature necessarie per trattare e trasportare tali riserve fino al punto di consegna all'acquirente, o vi deve essere un impegno formale ed una ragionevole certezza che tali attrezzature verranno installate in futuro.

In genere, si considerano *riserve accertate non sviluppate* quelle riserve che sono contenute in aree non ancora perforate che soddisfino alle seguenti condizioni: (1) distano non più di una spaziatura di coltivazione da pozzi che sono produttivi nella stessa formazione; (2) è ragionevolmente certo che sono comprese entro i limiti dell'area produttiva accertata della formazione in esame; (3) le ubicazioni previste per i pozzi rispettano i regolamenti locali circa la spaziatura dei pozzi, e (4) è ragionevolmente certo che in tali ubicazioni verranno perforati pozzi. Le riserve relative ad altre aree non perforate vengono classificate come accertate e non sviluppate solo in quei casi in cui l'interpretazione dei dati da pozzi già perforati indica che la formazione in questione è arealmente continua e contiene idrocarburi commercialmente recuperabili anche al di là di una spaziatura dai pozzi già perforati.

Le riserve che possono essere prodotte con l'impiego di metodi già affermatasi di recupero migliorato vengono classificate come accertate quando: (1) prove con un impianto pilota, o la risposta in pressione di un programma di iniezione nello stesso giacimento, od in un'area immediatamente a contatto avente caratteristiche simili come roccia e fluidi, forniscono una risposta positiva all'analisi ingegneristica sulla quale si basa il progetto o programma di recupero migliorato, e (2) è ragionevolmente certo che tale progetto verrà realizzato.

Riserve da produrre con l'impiego di processi di recupero migliorato non ancora affermatasi attraverso ripetuti impieghi con successo commerciale possono venire incluse fra le riserve accertate solo se: (1) un pilota rappresentativo del giacimento o un programma di iniezione già operativi nel giacimento in esame hanno fornito un comportamento produttivo favorevole, sul quale si è basata l'analisi ingegneristica per il progetto di recupero su scala di giacimento, e (2) è ragionevolmente certo che il progetto stesso verrà realizzato.

4.2.2. **Riserve non accertate**

La valutazione delle riserve non accertate si basa su dati geologici e/o ingegneristici simili a quelli impiegati nella valutazione delle riserve accertate; per esse, però, le incertezze esistenti circa i dati tecnici, contrattuali, economici e normativi ne impediscono la classificazione fra le riserve accertate. Esse possono venire stimate ipotizzando condizioni economiche future diverse da quelle esistenti al momento della valutazione.

Stime delle riserve non accertate possono venire eseguite ai fini di una programmazione interna alla Società, o per speciali valutazioni, *ma non vengono normalmente diffuse all'esterno della Società stessa.*

Le riserve non accertate *non* debbono mai essere sommate alle riserve accertate, a causa del loro diverso livello di certezza.

Le riserve non accertate possono essere suddivise in due sottoclassi: *riserve probabili* e *riserve possibili*.

4.2.2.1. *Riserve probabili*

Per le riserve probabili si ha una certezza di poterle effettivamente produrre minore che non per le riserve accertate; esse possono venire stimate con un grado di certezza sufficiente solo ad indicare che è più probabile che possano venire prodotte che non il contrario.

In genere, le riserve probabili possono comprendere: (1) riserve che ci si attende verranno accertate a mezzo del normale sviluppo del campo, quando le indicazioni di geologia del sottosuolo non sono sufficienti, da sole, a far classificare tali riserve come accertate; (2) riserve in formazioni che appaiono produttive in base alle caratteristiche dei logs, ma per le quali non si dispone di dati da carote o da prove, e che non hanno analogia con giacimenti in produzione od accertati nella stessa area; (3) riserve addizionali ottenibili con l'infittimento dei pozzi, che potrebbero venire di per sé classificate come accertate, ma per le quali la perforazione con spaziatura ridotta non è stata ancora approvata dagli organi di controllo, al momento della valutazione; (4) riserve in un'area di una formazione accertata come produttiva in altre aree di un dato giacimento, ma che sembra essere separata dall'area a riserve accertate ad opera di faglie e che, in base all'interpretazione geologica, sembra essere strutturalmente più alta dell'area accertata; (5) riserve che possono essere attribuite al successo di workovers, trattamento, ritrattamento di pozzi, o modifica nelle attrezzature di pozzo, od altri accorgimenti meccanici, quando tali pratiche non abbiano ottenuto il risultato sperato in pozzi che presentano lo stesso comportamento in giacimenti simili, e (6) riserve addizionali in un giacimento che è stato accertato come produttivo, e nel quale una diversa interpretazione del comportamento oppure dei dati volumetrici indichino l'esistenza di molte più riserve di quelle classificate come accertate.

4.2.2.2. *Riserve possibili*

Le riserve possibili hanno un grado di certezza minore delle riserve probabili e possono venire stimate con un basso livello di certezza, insufficiente ad indicare se esse potranno venire prodotte o no.

In generale, le riserve possibili possono comprendere: (1) riserve la cui presenza è suggerita da un'estrapolazione strutturale e/o stratigrafica al di là di aree classificate come possibili, tale estrapolazione essendo eseguita sulla base di un'interpretazione di dati geologici e/o geofisici; (2) riserve in formazioni che sembrano contenere idrocarburi sulla base dei logs o di carote, ma che è possibile non siano produttive con portate commerciali; (3) riserve addizionali che potrebbero essere rese disponibili mediante pozzi di infittimento, i quali sono però soggetti a dubbi tecnici; (4) riserve che potrebbero venire ottenute con un metodo di recupero migliorato, quando il relativo pilota o progetto sono stati programmati, ma non sono ancora operativi, e le caratteristiche della roccia, dei fluidi e del giacimento sono tali

da sollevare il ragionevole dubbio che un progetto di recupero migliorato nel giacimento in questione possa non essere commercialmente valido; e (5) riserve in un'area di una formazione accertata come produttiva in altre aree di un dato giacimento, ma che sembra essere separata dall'area a riserve accertate ad opera di faglie e che, in base all'interpretazione geologica, sembra essere strutturalmente più bassa dell'area accertata.

4.2.3. *Categorie di riserve in base alla loro situazione dal punto di vista della produzione*

Le categorie delle riserve in base alla loro situazione dal punto di vista della produzione definiscono lo stato di sviluppo e di produzione effettiva dei pozzi e/o dei giacimenti.

4.2.3.1. *Riserve sviluppate*

Riserve sviluppate sono quelle riserve che ci si attende di produrre attraverso pozzi già esistenti (comprese le riserve producibili da pozzi ancora da mettere in produzione, in quanto non sparati). Le riserve recuperabili mediante processi di recupero migliorato vengono considerate sviluppate solo dopo che siano state installate le necessarie apparecchiature, o quando i costi da sostenere per la loro installazione siano trascurabili. Le riserve sviluppate possono venire suddivise in: riserve in produzione e riserve non in produzione.

Riserve in produzione. Sono riserve in produzione quelle riserve che ci si attende di recuperare da intervalli aperti alla produzione, ed effettivamente in produzione al momento in cui si effettua la valutazione. Riserve da processi di recupero migliorato sono considerate in produzione solo dopo che è operativo un progetto di recupero migliorato.

Riserve non in produzione. Sono riserve non in produzione quelle relative a pozzi chiusi ed a pozzi in attesa di workover (behind-pipe reserves). Le riserve da pozzi chiusi sono quelle riserve che ci si attende di produrre da intervalli sparati al momento della valutazione, ma che non hanno ancora iniziato a produrre, o che erano chiusi per situazioni di mercato, o che erano in attesa di collegamento con un oleodotto, o che non erano in grado di produrre per problemi meccanici, e per i quali non si sa quando potrà iniziare la vendita del prodotto.

Le riserve da pozzi in attesa di workover sono quelle riserve che ci si attende di produrre da zone mineralizzate esistenti attorno al pozzo ("behind the casing"), ma che richiedono ulteriori lavori di completamento, oppure un futuro ricompletamento, prima di essere in grado di iniziare a produrre.

4.2.3.2. *Riserve non sviluppate*

Riserve non sviluppate sono quelle che ci si attende di produrre: (1) da nuovi pozzi perforati in un'area di giacimento dove non sono stati ancora perforati pozzi; (2) con l'approfondimento di pozzi esistenti, così da raggiungere un diverso serbatoio, o (3) con costi relativamente grandi per (a) ricompletare un pozzo esistente, o (b) installare attrezzature di produzione o trasporto per progetti di recupero primario o migliorato.

4.3. Dati di base per il calcolo volumetrico delle riserve

4.3.1. Equazioni impiegate

Le equazioni che si impiegano per il calcolo volumetrico delle riserve sono le seguenti:

Per i giacimenti ad olio

$$\begin{aligned} N_{pa} &= \iint_A \frac{h_n \phi (1 - S_w)}{B_o} E_{R,o} dx dy = \\ &= \frac{A \bar{h}_n \bar{\phi} (1 - \bar{S}_w)}{\bar{B}_o} \bar{E}_{R,o} \end{aligned} \quad \dots (4.1a)$$

per i giacimenti di gas

$$\begin{aligned} G_{pa} &= \iint_A \frac{h_n \phi (1 - S_w)}{B_g} E_{R,g} dx dy = \\ &= \frac{A \bar{h}_n \bar{\phi} (1 - \bar{S}_w)}{\bar{B}_g} \bar{E}_{R,g} \end{aligned} \quad \dots (4.1b)$$

ove N_{pa} e G_{pa} sono le riserve di olio e di gas (e cioè le quantità cumulative di olio e di gas che si stima saranno state prodotte al momento dell'abbandono del giacimento, in quanto esaurito), misurate nelle condizioni standard (288 K e 0,1013 MPa).

h_n , ϕ ed S_w sono rispettivamente lo spessore *netto* della roccia mineralizzata, la porosità e la saturazione in acqua: tutte queste grandezze sono funzioni del posto, e cioè delle coordinate (x, y) all'interno dell'area A .

B_o e B_g sono i fattori di volume dell'olio e del gas (vedi Cap. 2.3.1.1 e Cap. 2.3.2.1) ed E_R è il fattore di recupero. Anche tali grandezze sono una funzione del posto. La barra al disopra di ciascuna grandezza sta ad indicare il suo valore medio.

A è l'area mineralizzata. Essa corrisponderà all'area accertata, o probabile, o possibile, a seconda che si vogliono calcolare rispettivamente le riserve accertate, probabili o possibili.

Vediamo ora in qualche dettaglio come si valuta ognuna delle grandezze che entrano nei membri di destra della 4.1a e 4.1b.

4.3.2. Area mineralizzata, A :

L'area mineralizzata, A , viene valutata separatamente per ciascuno dei livelli fra loro non intercomunicanti (pools) che sono presenti in un giacimento e, talvolta, anche separatamente per ciascuna unità deposizionale (zona) presente all'interno di ciascun pool.

Ovviamente vengono distinte, con i criteri indicati al Cap. 4.2, le diverse aree corrispondenti rispettivamente a riserve accertate, probabili e possibili.

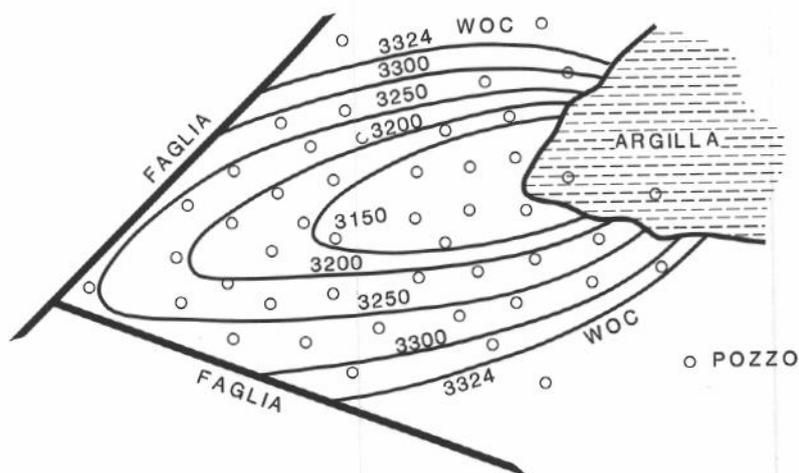


Fig. 4.1 - Mappa delle isobate del top di un intervallo mineralizzato (pool) di un giacimento.

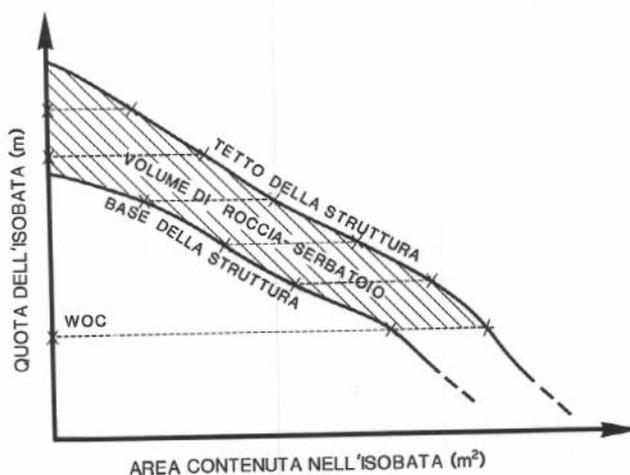


Fig. 4.2 - Andamento, in funzione della profondità, del volume di roccia mineralizzata.

I dati necessari per costruire le mappe dell'area mineralizzata in funzione della profondità sono: la quota del punto più alto (top) e quello del punto più basso (bottom) nei quali è stata incontrata mineralizzazione in ogni pozzo. Tali informazioni vengono ricavate dai logs di pozzo e dalle carote nonché, per le zone nelle quali non esistono pozzi, dalle mappe sismiche migrate *in profondità* (non dalle mappe in tempi, che possono provocare grossi errori).

Le mappe così ottenute si presentano come in Fig. 4.1. Da esse, mediante planimetrazione, è possibile ricavare diagrammi come in Fig. 4.2, che forniscono una prima indicazione della distribuzione verticale del volume della roccia-serbatoio.

4.3.3. Spessore netto mineralizzato (pay), h_n

All'interno delle rocce-serbatoio sono praticamente sempre presenti intercalazioni di argilla o di altre litologie che, per i loro bassissimi valori di ϕ e k , oppure per l'alto valore di S_w , non possono contenere riserve.

Dallo spessore lordo, h_t , della roccia-serbatoio è pertanto necessario sottrarre, in ogni punto, la somma degli spessori di tali intercalazioni per ottenere lo spessore netto, h_n , che contiene riserve.

L'individuazione di h_n , *net pay*, e del rapporto locale h_n/h_t (*net/gross*) è un'operazione delicata, che può avere un'influenza notevole sul valore delle riserve calcolate.

Se si dispone di una cluster analysis (Cap. 3.6.3) l'individuazione delle litologie "non-pay" e della loro distribuzione in giacimento è immediata.

In caso contrario è necessario individuare le litologie "non-pay" dall'esame delle carote, caratterizzandole col loro valore di porosità (in genere molto bassa) e con la loro risposta nei logs (ad es.: SP, GR, ML e MLL individuano bene le argille).

Un criterio logico per definire le litologie non-pay sarebbe di fissare un limite inferiore di permeabilità (*permeability cut-off*, k_1) al disotto del quale la roccia non è classificabile come pay. Purtroppo, come noto, i logs non forniscono indicazioni quantitative circa la permeabilità. Si fa allora ricorso alla correlazione $k = f(\phi)$, Cap. 3.5.1.8, e, in base alla permeabilità di cut-off k_1 , si definisce una porosità di cut-off, ϕ_1 .

Dai CPI (Computer Processed Interpretation) dei logs interpretati in termini di porosità è poi immediato il calcolo della somma degli spessori di roccia che hanno $\phi < \phi_1$, e quindi il calcolo di h_n .

Questo metodo presenta degli inconvenienti quando siano presenti rocce (ad es.: arenarie e sabbie finissime, o silt) che, pur avendo k molto bassa, contengono idrocarburi mobili.

Intervalli di questo tipo, pur non essendo praticamente in grado di erogare direttamente fluidi in pozzo data la loro bassa permeabilità, possono ugualmente contribuire alle riserve attraverso processi di imbibizione in seno al giacimento (Cap. 3.4.4.3).

Ne risulta, in genere, una sottostima dei valori di h_n in base alle informazioni da logs.

Riportando sulla mappa del giacimento i valori di h_n valutati ai singoli pozzi si ottengono le mappe delle iso-netpay, Fig. 4.3. Da esse è possibile calcolare il volume netto di roccia mineralizzata:

$$V_R = \iint_A h_n \, dx \, dy \quad \dots (4.2)$$

I procedimenti impiegati per eseguire tale calcolo sono diversi.

Il più rigoroso, che costituisce fra l'altro un sottoprodotto della fase di inizializzazione dei modelli numerici per lo studio dei giacimenti, consiste nel suddividere l'area mineralizzata in blocchi parallelepipedi mediante un reticolo ortogonale (x, y) a maglie fini, calcolando il volume di ogni blocco (area di base $\times \bar{h}_n$) e sommando poi i volumi di tutti i blocchi.

Un altro procedimento consiste nel planimetrare l'area compresa entro ciascuna curva di isopay, riportando in diagramma il valore di tale area in funzione del corrispondente

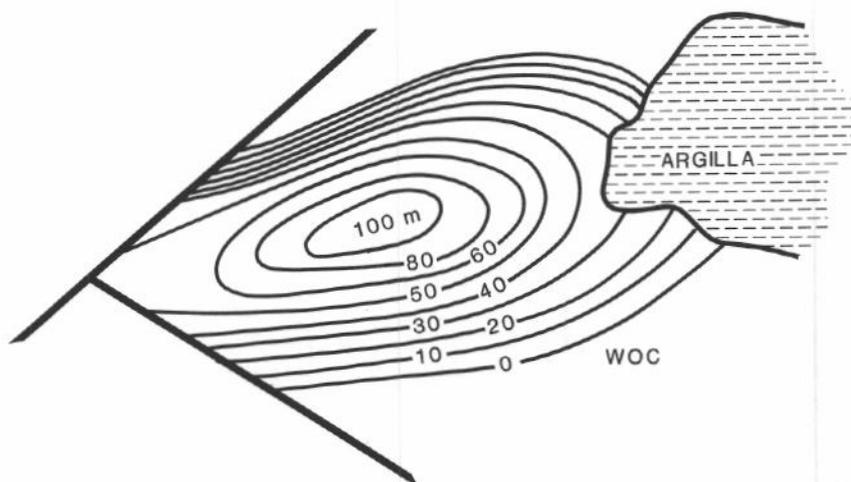


Fig. 4.3 - Mappa delle iso-netpay di un intervallo mineralizzato (pool).

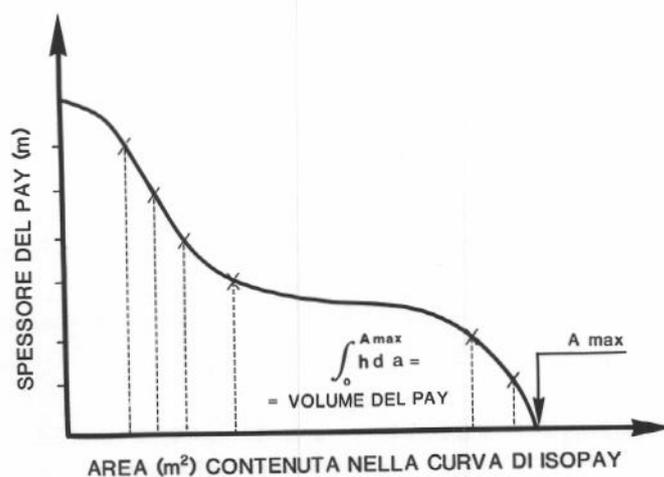


Fig. 4.4 - Metodo grafico per il calcolo del volume netto di roccia mineralizzata.

spessore di pay. Per integrazione grafica (planimetro) della curva così tracciata si ottiene il valore di V_R , Fig. 4.4.

Un ulteriore procedimento consiste nel calcolare il volume del solido rappresentato dalla mappa delle isopay, assimilandolo ad una serie di trapezoidi sovrapposti. Il volume del trapezoide compreso fra le isopay $h_{n,i}$ ed $h_{n,i+1}$ è dato da:

$$V_{i,i+1} = \frac{A_{i+1} + A_i}{2} (h_{n,i+1} - h_{n,i}) \quad \dots (4.3a)$$

Per l'ultimo trapezoide, avente come base la isopay di area minima, il calcolo viene eseguito assimilandolo ad una piramide

$$V_{\text{top}} = A_{\text{min}} \cdot \frac{h_{\text{max}} - h_{i,\text{max}}}{3} \quad \dots (4.3b)$$

4.3.4. Porosità, ϕ , e porosità media, $\bar{\phi}$

Dai logs interpretati (CPI) e tarati mediante le carote si leggono per ciascun pozzo del campo i valori di ϕ in corrispondenza dei soli intervalli che costituiscono pay netto. La porosità media di pozzo, ϕ_w , viene calcolata come media ponderale rispetto agli spessori h_n :

$$\phi_w = \frac{\sum_k^m \phi_k h_{n,k}}{h_n} \quad \dots (4.4)$$

Riportando sulla mappa del giacimento i valori di ϕ_w si ottiene la mappa delle isoporosità, Fig. 4.5.

La porosità media del giacimento, $\bar{\phi}$, viene calcolata come media ponderale rispetto al volume di roccia:

$$\bar{\phi} = \frac{\iint_A \phi_w h_n dx dy}{V_R} \quad \dots (4.5)$$

I procedimenti impiegati per il calcolo dell'integrale di campo a numeratore sono gli stessi già descritti per il calcolo di V_R . È ovviamente necessario costruire, in precedenza, una mappa delle iso - $(\phi_w h_n)$.

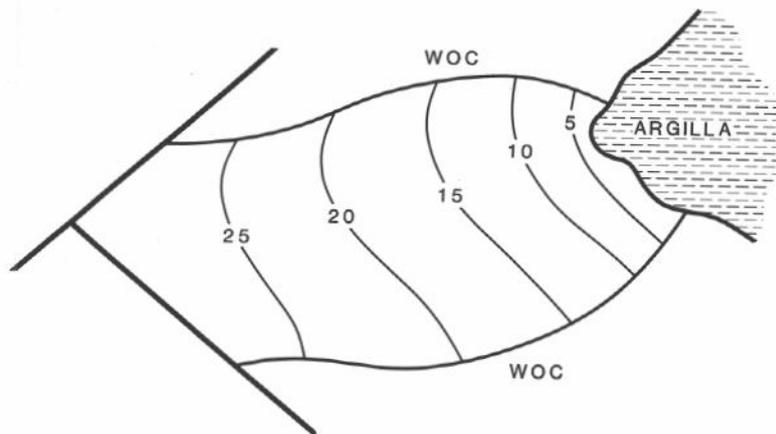


Fig. 4.5 - Mappa delle iso-porosità di un intervallo mineralizzato (pool).

4.3.5. Calcolo della saturazione in acqua, S_w , e della saturazione media in acqua, \bar{S}_w

Come noto, per una data litologia la saturazione in acqua, S_w , è una funzione dell'altezza sul piano d'acqua. Pertanto, per i giacimenti (e sono la maggior parte) che presentano un acquifero a contatto con l'olio od il gas si deve impiegare un procedimento di calcolo che tenga conto di tale fatto.

È necessario costruire innanzitutto la curva media $S_w = S_w(h)$ del giacimento, ove h è l'altezza sul piano d'acqua. Tale curva può essere ottenuta per interpolazione a partire dai valori di S_w misurati in pozzo a quote diverse mediante i logs (CPI), oppure, disponendo di carote, può essere costruita col processo di normalizzazione descritto ai Cap. 3.4.4.5/7.

La curva media viene utilizzata per correggere od eliminare valori anomali che siano presenti nei CPI dei vari pozzi, tenendo conto della quota dei punti stessi sul piano d'acqua.

Si calcola poi, per ciascun pozzo, la saturazione media in acqua, $S_{w,w}$ come media ponderale rispetto al volume dei pori dei soli intervalli che costituiscono pay:

$$S_{w,w} = \frac{\sum_1^m S_{w,k} \phi_k h_{n,k}}{\phi_w h_n} \quad \dots (4.6)$$

Riportando sulla mappa del giacimento i valori di $S_{w,w}$ così ottenuti si ottiene la mappa delle iso- S_w . (Fig. 4.6).

La saturazione media in acqua del giacimento, \bar{S}_w , viene calcolata come media ponderale rispetto al volume totale di pori:

$$\bar{S}_w = \frac{\iint_A S_{w,w} \phi_w h_n dx dy}{\bar{\phi} V_R} \quad \dots (4.7)$$

A tale scopo è necessario costruire una ulteriore mappa degli iso-spessori netti di acqua ($h_n \phi_w S_{w,w}$).

Per il calcolo dell'integrale di campo a numeratore nella 4.7 vale quanto già detto al Cap.4.3.3.

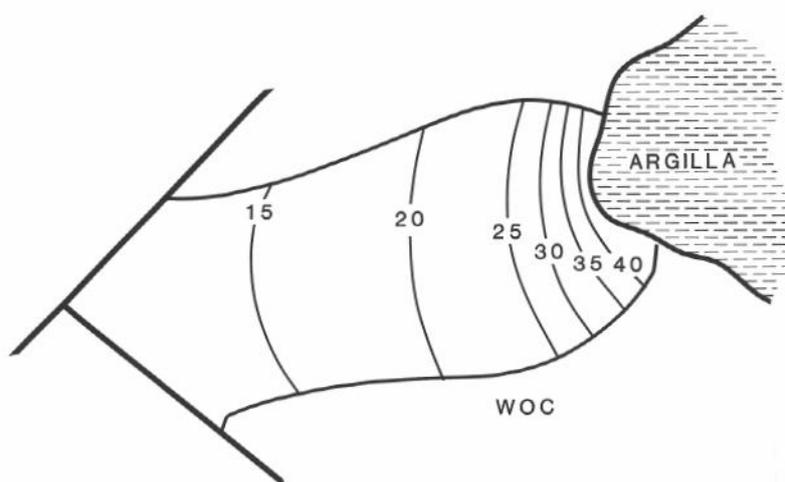


Fig. 4.6 - Mappa delle iso-saturazioni in acqua di un intervallo mineralizzato (pool).

4.3.6. Calcolo dei fattori di volume dell'olio, B_o , e del gas, B_g

In genere, il fattore di volume dell'olio, B_o , e soprattutto quello del gas, B_g , non variano molto all'interno di un giacimento. È pertanto sufficiente disporre di un valore sperimentale di tali parametri, o, in mancanza di misure sperimentali, calcolare B_o e B_g come descritto rispettivamente ai Cap. 2.3.2.2. e 2.3.1.

In giacimenti di olio di grande spessore può verificarsi una segregazione gravitazionale, con caratteristiche dell'olio che si vanno "appesantendo" con la profondità.

In tal caso è opportuno disporre di valori di B_o misurati o calcolati a profondità diverse. Il valore medio \bar{B}_o viene poi calcolato come media ponderale rispetto al volume di idrocarburi [$\phi (1 - S_w) V_R$] contenuto nella roccia serbatoio alle corrispondenti profondità.

4.3.7. Fattore di recupero, E_R

La valutazione del fattore di recupero dell'olio, $E_{R,o}$, costituisce uno dei punti più delicati (e più controversi) del calcolo delle riserve di olio con il metodo volumetrico.

Il valore di $E_{R,o}$ dipende in modo complesso ed interconnesso da tutta una serie di fattori: meccanismo di produzione del giacimento, (spinta d'acqua, di gas cap, di gas disciolto), rapporto di mobilità fluido spiazzante/olio (Eq. 3.52), eterogeneità della roccia-serbatoio, numero e distribuzione dei pozzi, andamento nel tempo delle portate imposte ai singoli pozzi, eventuale impiego di processi di recupero migliorato.

Una previsione accurata del valore di $E_{R,o}$ può venire eseguita solo attraverso la simulazione del comportamento del giacimento mediante modello numerico, simulazione che ben raramente è fattibile, per scarsità di dati, al momento della scoperta del giacimento.

Ci si limita quindi a valutare $E_{R,o}$ sulla base del fattore di recupero finale realizzato in giacimenti analoghi per tipo di roccia-serbatoio, di olio e di meccanismo di spinta, esistenti preferibilmente nello stesso bacino sedimentario.

Sono anche disponibili correlazioni basate sul recupero finale realizzato in giacimenti dei quali si conoscono le caratteristiche petrolifisiche ed il tipo di olio. Di queste, le più comunemente usate sono quelle fornite dall'American Petroleum Institute¹, e cioè:

Per giacimenti in sabbie, arenarie e carbonati che producono per spinta di gas disciolto:

$$E_{R,o} = 0,41815 \left[\frac{\phi (1 - S_w)}{B_{ob}} \right]^{0,1611} \left(\frac{k}{\mu_{ob}} \right)^{0,0979} (S_w)^{0,3722} \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{0,1741} \quad \dots(4.8a)$$

Per giacimenti in sabbie ed arenarie che producono per spinta d'acqua:

$$E_{R,o} = 0,54898 \left[\frac{\phi (1 - S_w)}{B_{oi}} \right]^{0,0422} \left(\frac{k \mu_{wi}}{\mu_{oi}} \right)^{0,0770} (S_w)^{-0,1903} \left(\frac{p_i}{p_a} \right)^{-0,2159} \quad \dots(4.8b)$$

Nelle 4.8, ϕ ed S_w sono espresse come frazioni, k è in Darcy e le viscosità in cP. L'indice b sta ad indicare "valori al punto di bolla", l'indice i "valori iniziali", e p_a è la pressione all'esaurimento del giacimento. Queste formule sono basate sul trattamento statistico dei dati provenienti rispettivamente da 80 e da 70 giacimenti.

Le distribuzioni dei valori di $E_{R,o}$, di S_{or} (giacimenti a spinta d'acqua) e di S_{gr} (giacimenti a spinta di gas disciolto) relative ai giacimenti considerati sono riportate nelle Figg. 4.7 e 4.8.

È da tener presente che in una successiva pubblicazione³ la stessa API ha messo in dubbio l'accuratezza delle correlazioni presentate ed ha consigliato di impiegarle con prudenza.

Per quanto si riferisce alla valutazione del fattore di recupero del gas, $E_{R,g}$, la situazione è abbastanza più semplice.

Per i giacimenti a semplice espansione (e cioè senza spinta d'acqua) il fattore di recupero è controllato unicamente dalla pressione di abbandono, p_a , la quale dipende a sua volta dalla pressione minima richiesta a testa-pozzo.

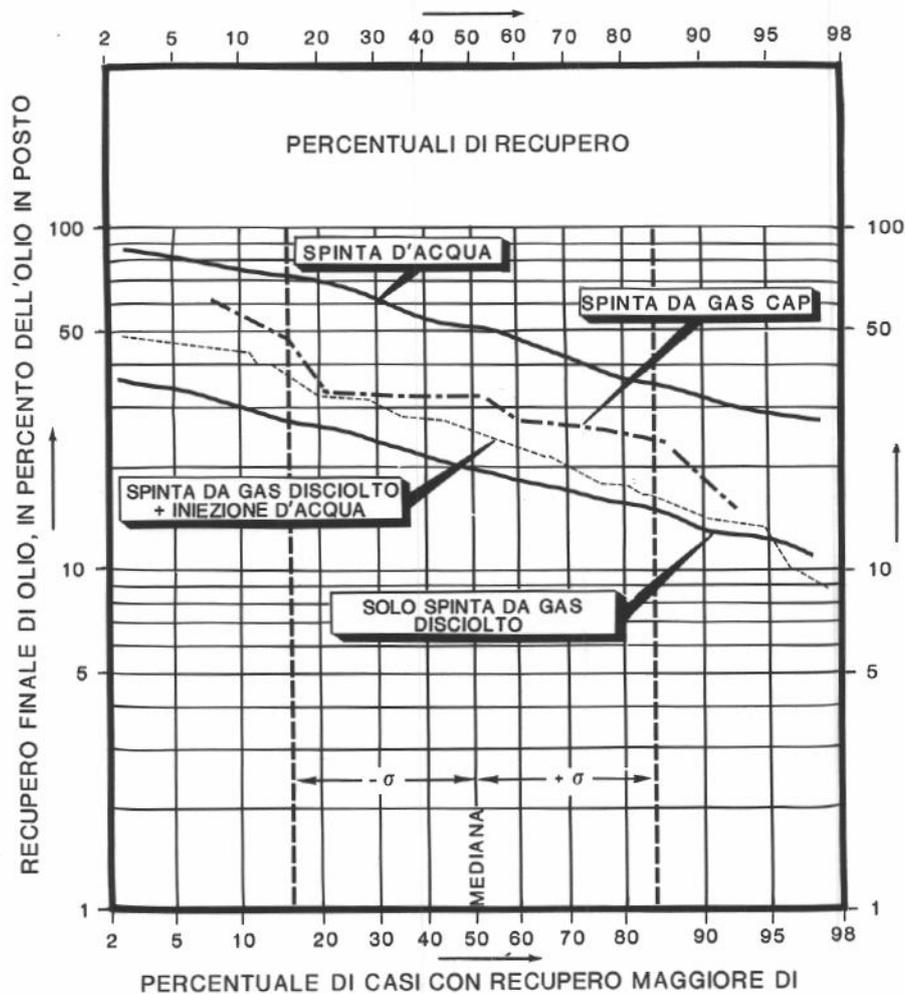


Fig. 4.7 - Distribuzione log-probabilistica delle percentuali di recupero dell'olio con vari meccanismi di produzione. Statistica su 72 giacimenti che avevano prodotto per spinta d'acqua; 80 giacimenti che avevano prodotto per spinta di gas disciolto senza iniezione di fluidi; 75 giacimenti che avevano prodotto per spinta di gas disciolto più iniezione d'acqua e 13 giacimenti che avevano prodotto per espansione del gas cap. Da Ref. 1.

$$\bar{E}_{R,g} = 1 - \frac{p_a/z_a}{p_i/z_i} \quad \dots (4.9a)$$

In giacimenti a spinta d'acqua è necessario tener presente l'esistenza di una saturazione residua⁵ in gas, S_{gr} , dietro il fronte d'acqua.

Nel caso-limite di giacimento completamente invaso dall'acqua al momento dell'abbandono si ha:

$$\bar{E}_{R,g} = 1 - S_{gr} \frac{p_a/z_a}{p_i/z_i} \quad \dots (4.9b)$$

Nel caso di sabbie ed arenarie S_{gr} è compreso⁵ fra 0,1 e 0,3, con valore più probabile 0,23; per carbonati S_{gr} è compreso fra 0,1 e 0,23, con valore più probabile 0,18.

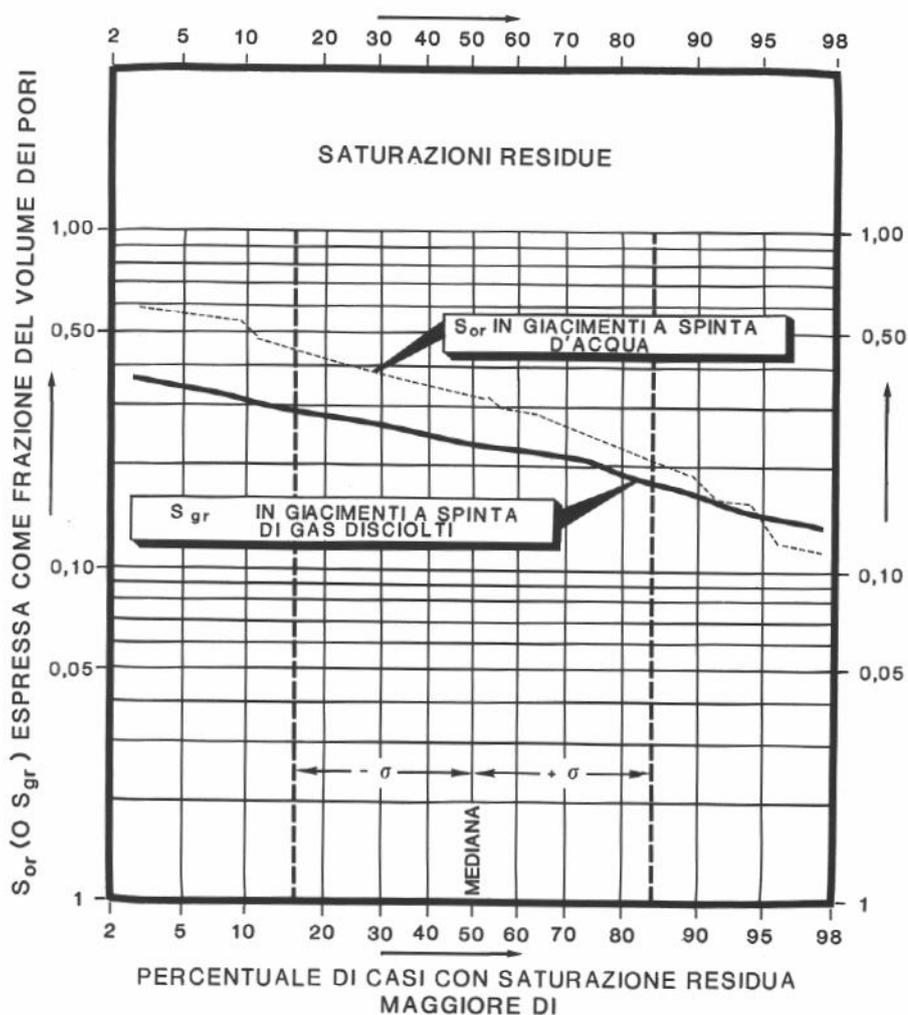


Fig. 4.8 - Distribuzione log-probabilistica della saturazione in olio residuo in giacimenti che avevano prodotto per spinta d'acqua (72 giacimenti) e della saturazione finale in gas libero in giacimenti che avevano prodotto per spinta di gas disciolto (80 giacimenti). Da Ref. 1.

4.4. Calcolo delle riserve con il metodo volumetrico

Per il calcolo volumetrico delle riserve può venire impiegato sia un metodo deterministico che un metodo probabilistico.

Nel primo caso le riserve vengono classificate in accertate, probabili e possibili in base ai criteri forniti al Cap. 4.2. Per ciascun tipo di riserve il calcolo viene eseguito in maniera deterministica, assumendo per i singoli parametri che entrano nell'Eq. 4.1 i valori calcolati come descritto al Cap. 4.3.

Nel secondo caso si assume una distribuzione probabilistica per ciascuno dei parametri che entrano nell'Eq. 4.1, ed il calcolo della distribuzione statistica dei valori delle riserve viene eseguito col metodo Monte Carlo.

A sua volta, il metodo deterministico può essere sviluppato con due tecniche diverse: la tecnica del valor medio e la tecnica della "colonna equivalente di idrocarburi" (equivalent hydrocarbon column, EHC).

4.4.1. Metodo deterministico

4.4.1.1. Tecnica del valor medio

I valori medi \bar{h}_n , $\bar{\phi}$, \bar{S}_w , \bar{B}_o (o \bar{B}_g) ed $\bar{E}_{R,o}$ ($\bar{E}_{R,g}$) vengono calcolati, per ciascuna delle aree A corrispondenti a riserve accertate, probabili e possibili, nella maniera descritta ai Capitoli da 4.3.2 a 4.3.7. Tali valori vengono poi introdotti nelle equazioni.

$$N_{pa} = \frac{A \bar{h}_n \bar{\phi} (1 - \bar{S}_w)}{\bar{B}_o} \bar{E}_{R,o} \quad \dots (4.10a)$$

$$G_{pa} = \frac{A \bar{h}_n \bar{\phi} (1 - \bar{S}_w)}{\bar{B}_g} \bar{E}_{R,g} \quad \dots (4.10b)$$

ottenendo i corrispondenti valori delle riserve accertate, probabili e possibili.

4.4.1.2. Tecnica della colonna equivalente di idrocarburi

In base ai valori di h_n , ϕ_w ed $S_{w,w}$ determinati in ciascun pozzo (Cap. 4.3.3 a 4.3.5) si calcola, in corrispondenza del pozzo stesso, la "colonna equivalente di idrocarburi" (EHC), e cioè lo spessore di colonna di idrocarburi che si otterrebbe localmente togliendo tutta la roccia e tutta l'acqua presente nei pori:

$$EHC = h_n \phi_w (1 - S_{w,w}) \quad \dots (4.11)$$

I valori di EHC vengono riportati sulla mappa del giacimento in corrispondenza di ciascun pozzo; si tracciano poi le mappe di iso-EHC, Fig. 4.9.

Il volume V_H di idrocarburi in giacimento, *misurato a p e T di giacimento*, è dato da:

$$V_H = \iint_A EHC \, dx \, dy \quad \dots (4.12)$$

L'integrale viene calcolato separatamente per le aree a riserve accertate, probabili e possibili, con le tecniche già descritte al Cap. 4.3.3. per il calcolo di V_R .

Si ha poi:

$$N_{pa} = \frac{V_H}{\bar{B}_o} \bar{E}_{R,o} \quad \dots (4.13a)$$

$$G_{pa} = \frac{V_H}{\bar{B}_g} \bar{E}_{R,g} \quad \dots (4.13b)$$

Dal punto di vista pratico la tecnica EHC è preferibile a quella del valore medio, in quanto di più rapido impiego.

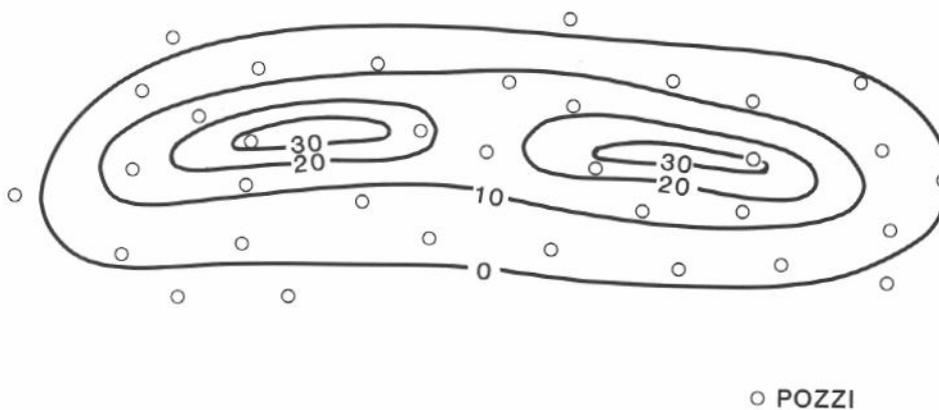


Fig. 4.9 - Mappa delle iso-colonne-equivalenti di idrocarburi.

4.4.2. Metodo probabilistico, o Monte Carlo

Il metodo probabilistico, o Monte Carlo^{4,8,9} si svincola dalle definizioni di riserve accertate, probabili e possibili di cui al Cap. 4.2, introducendo al loro posto la nozione di *distribuzione di probabilità* del valore delle riserve.

La curva di distribuzione (Fig. 4.10) esprime la probabilità che le riserve esistenti in giacimento abbiano un volume almeno uguale a quello indicato in ascissa.

Per il calcolo della curva di distribuzione si parte dalla descrizione probabilistica di ciascuna delle grandezze che entrano nell'Eq 4.10. Viene cioè individuato, per ciascuna di esse, l'intervallo entro il quale si stima sia compreso il suo valore, ed a ciascun punto dell'intervallo si assegna un valore di probabilità.

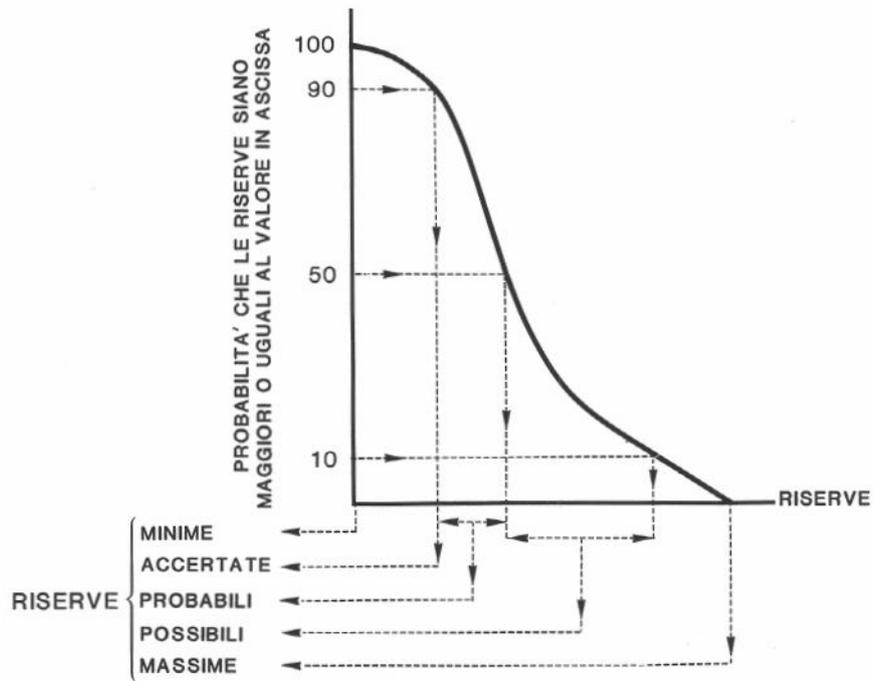


Fig. 4.10 - Distribuzione probabilistica dei valori delle riserve di un giacimento calcolata col metodo Monte Carlo, e relativa classificazione.

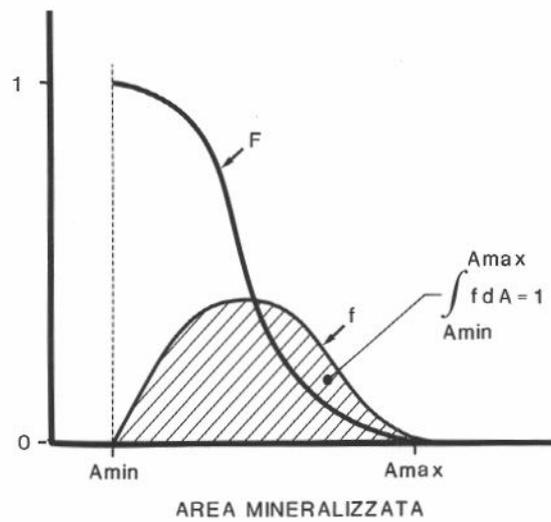


Fig. 4.11 - Esempio di distribuzione probabilistica del valore dell'area mineralizzata, fornita come dato in ingresso al calcolo delle riserve con il metodo Monte Carlo.
f = curva di densità della probabilità *F* = curva della distribuzione della probabilità.

La curva di *densità di probabilità*, f , Fig. 4.11, così ottenuta viene normalizzata in modo che l'area sottesa abbia valore unitario, ed integrata in modo da ottenere la distribuzione di probabilità, F , della grandezza in questione, Fig. 4.11.

Si noti che alcune grandezze possono essere fra loro correlate: ad esempio, all'interno di una stessa unità di deposizione è molto comune che si verifichi una relazione inversa fra S_{iw} e ϕ .

In questi casi si fornisce la curva di densità di probabilità per la sola variabile indipendente (nel nostro caso, ϕ), mentre per la variabile dipendente (S_{iw}) si fornisce la relazione che la correla alla variabile indipendente, sotto forma di equazione o diagramma.

Per il calcolo col metodo Monte Carlo si appronta, per ciascuna delle grandezze indipendenti che entrano nella 4.10, una tabella di numeri a caso. I valori massimo e minimo dei numeri contenuti in tale tabella coincidono col valore massimo e minimo ipotizzati per la grandezza in esame; la distribuzione di probabilità dei numeri contenuti nella tabella coincide con la distribuzione di probabilità ipotizzata per la grandezza stessa. La generazione di tali tabelle viene eseguita automaticamente dal calcolatore, mediante programmi comunemente esistenti in libreria.

Il calcolatore provvede poi ad estrarre a caso un numero da ognuna delle tabelle corrispondenti alle singole variabili indipendenti contenute nella 4.10, a calcolare i valori delle variabili dipendenti (o correlate), ed a calcolare infine N_{pa} (oppure G_{pa}).

Il calcolo viene ripetuto per un numero molto grande di volte (almeno 5000), partendo ogni volta da un nuovo set di variabili indipendenti, sempre scelte a caso.

I valori di riserve così ottenuti vengono ordinati in successione crescente ed il calcolatore provvede a calcolare la densità di probabilità dalla quale per sommatoria calcola, alla fine, la distribuzione di probabilità delle riserve, Fig. 4.10.

Per convenzione si assume poi come:

<i>riserve accertate:</i>	il valore delle riserve corrispondente al 90% di probabilità nella curva di distribuzione,
<i>riserve probabili:</i>	il valore delle riserve corrispondente alla differenza fra il 50% ed il 90% di probabilità nella curva di distribuzione,
<i>riserve possibili:</i>	il valore delle riserve corrispondente alla differenza fra il 10% ed il 50% di probabilità nella curva di distribuzione.

Il metodo probabilistico presenta il vantaggio di impedire l'uso di criteri troppo soggettivi nella stima del grado di certezza dell'estensione dell'area mineralizzata. Non ci si deve nascondere, però, che la stima della densità di probabilità delle singole variabili resta pur sempre legata a fattori soggettivi.

4.5. Classificazione dei giacimenti in base alle loro riserve

Nella pratica petrolifera vengono impiegati due tipi di classificazioni delle dimensioni dei giacimenti in base alle riserve in essi contenute: la prima, codificata dall'American Petroleum Institute (API), si riferisce a giacimenti di dimensioni medio-piccole; la seconda, non supportata da alcun ente di controllo ma entrata ormai da anni nella pratica corrente, si riferisce ai giacimenti cosiddetti "giganti".

Riporteremo qua di seguito entrambe le classificazioni:

CLASSIFICAZIONE² API

Giacimento major:	giacimento di olio con riserve maggiori di 16 Mm ³ (= 100 Mbbl o 14 Mt); giacimento di gas con riserve maggiori di 17 Gm ³ (= 600 Gcuft).
Giacimento di classe A:	giacimento di olio con riserve comprese fra 8 e 16 Mm ³ (fra 50 e 100 Mbbl, o fra 7 e 14 Mt); giacimento di gas con riserve comprese fra 8,5 e 17 Gm ³ (fra 300 e 600 Gcuft).
Giacimento di classe B:	giacimento di olio con riserve comprese fra 4 ed 8 Mm ³ (fra 25 e 50 Mbbl, o fra 3,5 e 7 Mt); giacimento di gas con riserve comprese fra 4,2 ed 8,5 Gm ³ (fra 150 e 300 Gcuft).
Giacimento di classe C:	giacimento di olio con riserve comprese fra 1,6 e 4 Mm ³ (fra 10 e 25 Mbbl, o fra 1,4 e 3,5 Mt); giacimento di gas con riserve comprese fra 1,7 e 4,2 Gm ³ (fra 60 e 150 Gcuft).
Giacimento di classe D:	giacimento di olio con riserve comprese fra 0,16 ed 1,6 Mm ³ (fra 1 e 10 Mbbl, o fra 0,14 ed 1,4 Mt); giacimento di gas con riserve comprese fra 0,17 ed 1,7 Gm ³ (fra 6 e 60 Gcuft).
Giacimento di classe E:	giacimento di olio con riserve inferiori a 0,16 Mm ³ (1 Mbbl, o 0,14 Mt); giacimento di gas con riserve inferiori a 0,17 Gm ³ (6 Gcuft).
Giacimento di classe F:	giacimento abbandonato prima della fine dell'anno di scoperta, anche se originariamente completato come produttivo.

I giacimenti di classe D e superiori sono definiti "significativi"

CLASSIFICAZIONE⁶ DEI GIACIMENTI "GIGANTI"

Giacimento super-gigante:	giacimento di olio con riserve superiori ad 800 Mm ³ (= 5 Gbbl, o 700 Mt); giacimento di gas con riserve superiori a 850 Gm ³ (30.000 Gcuft).
Giacimento gigante:	giacimento di olio con riserve comprese fra 80 ed 800 Mm ³ (fra 0,5 e 5 Gbbl, o 70 - 700 Mt); giacimento di gas con riserve comprese fra 85 ed 850 Gm ³ (fra 3.000 e 30.000 Gcuft).

Giacimento gigante potenziale:

giacimento per il quale esiste qualche informazione che indica che, con ulteriore sviluppo o con recupero migliorato, possa divenire un giacimento gigante. I "giganti potenziali" si suddividono in "giganti probabili" e "giganti possibili" a seconda del grado di certezza sul loro potenziale.

Giacimento gigante ad olio "combinato":

giacimento che contenga più di 40 Mm³ (250 Mbbl, 35 Mt) di riserve di olio ed almeno 80 Mm³ (500 Mbbl, 70 Mt) di idrocarburi recuperabili come condensati, o calcolati come equivalenti liquidi. Si tratta di giacimenti di olio sovrastati da un grande gas-cap.

Un'idea, anche se solo qualitativa, della distribuzione delle dimensioni dei giacimenti di olio esistenti nel mondo è fornita dalla Fig. 4.12.

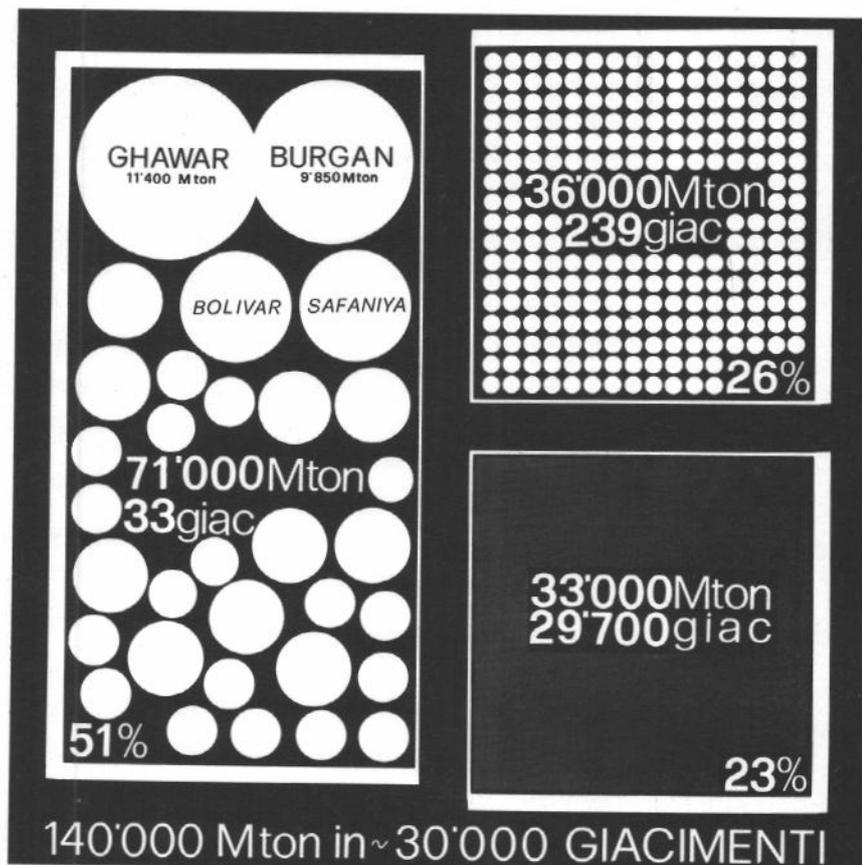


Fig. 4.12 - Distribuzione delle dimensioni dei circa 30.000 giacimenti di petrolio esistenti nel mondo. Più della metà delle riserve totali mondiali è contenuta in soli 33 giacimenti (1°/∞ del totale di giacimenti); un'ulteriore 25% delle riserve è contenuto nell'1% circa del totale dei giacimenti. Complessivamente, un numero di giacimenti pari allo 0,91% del totale contiene il 76,4% delle riserve petrolifere mondiali.

BIBLIOGRAFIA

1. API: "A Statistical Study of Recovery Efficiency", American Petroleum Institute, Bulletin D14, First Edition, Dallas, TX (ottobre 1967);
2. API: "Instructions for Completing Individual Well Tickets for US Drilling Statistics: Part I - Cards 1&2 (API); Part II - Card 3 (AAPG-CSD)", American Petroleum Institute, Washington, D.C. (1° gennaio 1972).
3. API: "Statistical Analysis of Crude Oil Recovery and Recovery Efficiency", American Petroleum Institute, Bulletin D14, Second Edition (30 aprile 1984).
4. Archer, J.S.: "Reservoir Definition and Characterization for Analysis and Simulation", *Proc. 11th World Petr. Congr.*, Vol. 3, pagg. 65-87 (Londra, 1983).
5. Chierici, G.L., Ciucci, G.M. e Long, G.: "Experimental Research on Gas Saturation Behind the Water Front in Gas Reservoirs Subjected to Water Drive", *Proc. 6th World Petr. Congr.*, Sect. II, pagg. 483-498 (Francoforte sul Meno, 1963).
6. Nehring, R.: *Giant Oil Fields and World Oil Resources*, Rand, Santa Monica, CA (giugno 1978).
7. Society of Petroleum Engineers, SPE: "Definitions for Oil and Gas Reserves", *J. Pet. Tech.* (maggio 1987) pagg. 577-578.
8. Walstrom, J.E., Mueller, T.D. e McFarlane, R.C.: "Evaluating Uncertainty in Engineering Calculations", *J. Pet. Tech.* (dicembre 1967), pagg. 1595-1603; *Trans, AIME 240*.
9. World Petroleum Congresses: "Classification and Nomenclature Systems for Petroleum and Petroleum Reserves", *Study Group Report, 12th World Petr. Congr.* (Houston, TX, 26 aprile - 1° maggio 1987).

ESERCIZI

Esercizio 4.1

Un giacimento di olio presenta le seguenti caratteristiche:

Roccia-serbatoio

- volume mineralizzato	: V_R	= $0,85 \cdot 10^9 \text{ m}^3$
- porosità media	: $\bar{\phi}$	= 0,24
- permeabilità media	: \bar{K}	= 150 md
- saturazione iniziale media in acqua	: \bar{S}_{iw}	= 0,18
- comprimibilità media dei pori	: \bar{c}_f	= $5 \cdot 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$

Condizioni di giacimento

- pressione iniziale	: p_i	= 45,6 MPa
- temperatura	: T_R	= 172°C

*Parametri termodinamici dei fluidi**olio (vedi esercizio 2.3)*

- pressione di bolla	: p_b	= 36,4 MPa
- fattore di volume alla pressione iniziale	: B_{oi}	= 1,682
- comprimibilità dell'olio saturo	: c_o	= $2,6 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$
- viscosità dell'olio alla pressione iniziale	: μ_{oi}	= 0,234 mPa·s

acqua (interstiziale e dell'acquifero)

- comprimibilità in condizioni di giacimento:	c_w	= $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$
- viscosità in condizioni di giacimento	: μ_w	= 0,25 mPa·s

Calcolare il volume di olio in posto (in m^3 e bbl) in condizioni di giacimento ed in condizioni standard. Calcolare, mediante le correlazioni fornite dall'American Petroleum Institute, il fattore di recupero $\bar{E}_{R,o}$ che ci si può attendere se il giacimento produce per sola spinta di gas disciolto (assumendo una pressione di abbandono $p_a = 2 \text{ MPa}$) ed il fattore di recupero che si otterrebbe producendo il giacimento mediante iniezione d'acqua, a pressione costante.

Calcolare poi le riserve di olio nelle due situazioni di coltivazione del giacimento per sola spinta di gas disciolto e mediante iniezione d'acqua.

Soluzione

Il volume dell'olio in giacimento è, ovviamente, uguale alla somma dei volumi di tutti i pori saturi di olio.

Si ha quindi: $NB_{oi} = V_R \bar{\phi} (1 - \bar{S}_{iw})$

avendo indicato con N il volume di olio in posto espresso in condizioni standard.

Dato che: $1 \text{ bbl} = 0,1589873 \text{ m}^3$

si ha: $NB_{oi} = 0,85 \cdot 10^9 \times 0,24 \times (1 - 0,18) \text{ m}^3 = 167,3 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 1,052 \cdot 10^9 \text{ bbl}$

e: $N = 99,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 625 \cdot 10^6 \text{ bbl}$

Per il calcolo del fattore di recupero per spinta di gas disciolto è necessario valutare innanzitutto il fattore di recupero che si ha per semplice espansione dei fluidi dalla pressione iniziale di giacimento, p_i , alla pressione di bolla, p_b .

Per abbassamento della pressione di giacimento di 1 MPa, in 1 m^3 di volume di pori di giacimento si osservano i seguenti fenomeni:

- il volume di pori diminuisce di un valore pari a c_f , a seguito dell'aumento di 1 MPa nella pressione geostatica effettiva,
- il volume di olio contenuto, pari ad $(1 - \bar{S}_{iw})$, si espande di $(1 - \bar{S}_{iw}) c_o$,
- il volume di acqua interstiziale contenuta, pari ad \bar{S}_{iw} , si espande di $\bar{S}_{iw} c_w$.

In totale, il volume di olio espulso da un volume di pori pari ad 1 m^3 a seguito dell'abbassamento di pressione di 1 MPa sarà:

$$\Delta V = c_f + (1 - \bar{S}_{iw}) c_o + \bar{S}_{iw} c_w$$

Essendo $(1 - \bar{S}_{iw})$ il volume di olio contenuto in un volume di pori di roccia, il volume di olio espulso a seguito dell'abbassamento di pressione di 1 MPa per ogni m^3 di olio in giacimento sarà:

$$c_{o,e} = \frac{c_f + c_w \bar{S}_{iw} + c_o (1 - \bar{S}_{iw})}{1 - \bar{S}_{iw}}$$

ove $c_{o,e}$ è denominata *compressibilità equivalente* dell'olio di giacimento.

Nel nostro caso:

$$c_{oe} = \frac{5 \cdot 10^{-4} + 0,18 \times 4,3 \cdot 10^{-4} + (1 - 0,18) \times 2,6 \cdot 10^{-3}}{1 - 0,18} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$$

Di conseguenza, il fattore di recupero per sola espansione dalla pressione iniziale a quella di bolla sarà:

$$\bar{E}_{R,o} (p_i \rightarrow p_b) = (45,6 - 36,4) \times 3,3 \cdot 10^{-3} = 0,030 = 3\%$$

Il fattore di recupero per spinta di gas disciolto da p_b alla pressione di abbandono ($p_a = 2 \text{ MPa}$) viene calcolato mediante la 4.8a. Si ha:

$$E_{R,o} (p_b \rightarrow p_a) = 0,251$$

e pertanto, complessivamente:

$$\bar{E}_{R,o} = E_R (p_i \rightarrow p_b) + E_R (p_b \rightarrow p_a) = 0,281 = 28,1\%$$

Per il calcolo del fattore di recupero per spinta (od iniezione) d'acqua si impiega la 4.8b.

Si ha: $\bar{E}_{R,o} = 0,307 = 30,7\%$

Si ha quindi: Fattore di recupero per spinta di gas disciolto: $(\bar{E}_{R,o})_{DD} = 0,281$.

Fattore di recupero per iniezione d'acqua $(\bar{E}_{R,o})_{WD} = 0,307$

e di conseguenza:

Riserve di olio

a. se il giacimento viene coltivato per sola spinta di gas disciolto:

$$N_{pa} = 0,281 \times 99,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 28 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 176 \cdot 10^6 \text{ bbl}$$

b. se il giacimento viene coltivato mediante iniezione d'acqua:

$$N_{pa} = 0,307 \times 99,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 30,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 192 \cdot 10^6 \text{ bbl}$$

È necessario un calcolo economico accurato, basato sul costo dell'operazione di iniezione d'acqua e sul valore attualizzato del maggior recupero di olio (2,5 milioni di m^3 , nel nostro caso), per stabilire se sia conveniente procedere alla coltivazione del giacimento mediante iniezione d'acqua.



Esercizio 4.2.

Un giacimento di gas presenta le seguenti caratteristiche:

Roccia-serbatoio

- volume mineralizzato	: V_R	= $0,55 \cdot 10^9 \text{ m}^3$
- porosità media	: $\bar{\Phi}$	= 0,195
- saturazione iniziale media in acqua	: \bar{S}_{iw}	= 0,225

Condizioni di giacimento

- pressione iniziale	: p_i	= 25 MPa
- temperatura	: T_R	= 100°C

Il gas ha la composizione riportata all'esercizio 2.1

Calcolare:

- il volume di gas iniziale in posto, in sm^3 e scuft,
- le riserve di gas nelle seguenti tre diverse ipotesi di meccanismo di produzione:
 1. sola espansione del gas fino alla pressione di abbandono di 2 MPa,
 2. spinta d'acqua, con invasione totale del giacimento da parte dell'acqua, saturazione in gas residuo all'abbandono del giacimento $S_{gr} = 0,25$ e pressione di abbandono $p_a = 15 \text{ MPa}$
 3. spinta parziale di acqua. Volume di giacimento invaso dall'acqua al momento dell'abbandono pari al 60% del volume iniziale di giacimento e pressione residua $p_a = 2 \text{ MPa}$

Soluzione

Dall'esercizio 2.1 per il gas di giacimento si ha:

- pressione pseudo-critica	: p_{pc}	= 4,60 MPa
- temperatura pseudo-critica	: T_{pc}	= 216,1 K

Alle condizioni del giacimento in esame ($T_R = 100^\circ\text{C}$) avremo:

– temperatura pseudo-ridotta:

$$T_{pr} = \frac{T_R}{T_{pc}} = \frac{100 + 273,2}{216,1} = 1,727$$

È conveniente calcolare innanzitutto i valori del fattore di comprimibilità, z , e del fattore di volume, B_g , alla pressione iniziale, p_i , ed alle diverse pressioni di abbandono ipotizzate. Avremo:

p (MPa)	p_{pr} (ad)	z (ad)	B_g (ad)
25	5,43	0,8851	$4,646 \cdot 10^{-3}$
15	3,26	0,8643	$7,561 \cdot 10^{-3}$
2	0,43	0,9773	$64,119 \cdot 10^{-3}$

ove z è stato calcolato mediante l'Eq. 2.12 e B_g mediante l'Eq. 2.8b.

Il volume iniziale di gas in posto è:

$$G = \frac{V_R \bar{\phi} (1 - \bar{S}_{iw})}{B_{gi}} = \frac{0,55 \cdot 10^9 \times 0,195 \times (1 - 0,225)}{4,646 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 17,89 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 632 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

essendo: $1 \text{ m}^3 = 35,314662 \text{ cuft}$

Nelle condizioni di produzione previste al punto 1 (nessuna spinta d'acqua, sola espansione del gas fino ad una pressione in giacimento al momento dell'abbandono pari a 2 MPa), trascurando la variazione di volume dei pori e dell'acqua interstiziale a seguito della diminuzione della pressione del giacimento, avremo:

$$\text{gas residuo all'abbandono} = \frac{V_R \bar{\phi} (1 - S_{iw})}{B_g (2 \text{ MPa})}$$

$$= \frac{0,55 \cdot 10^9 \times 0,195 \times 0,775}{64,119 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 45,8 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Pertanto, il volume di gas producibile, e cioè le riserve di gas saranno:

$$G_p = (17,89 - 1,30) \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 16,6 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 586 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Nella seconda ipotesi di produzione (invasione totale del giacimento da parte dell'acqua, $S_{gr} = 0,25$ e pressione di abbandono $p_a = 15 \text{ MPa}$) il volume di pori che ancora contengono gas all'abbandono sarà:

$$V_{p,a} = 0,25 V_R \bar{\phi} = 0,25 \times 0,55 \cdot 10^9 \times 0,195 = 26,81 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

ed il volume di gas in essi contenuto al momento dell'abbandono del giacimento sarà:

$$\frac{26,81 \cdot 10^6}{B_g (15 \text{ MPa})} = \frac{26,81 \cdot 10^6}{7,561 \cdot 10^{-3}} = 3,55 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 125 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Pertanto, nell'ipotesi 2 le riserve di gas saranno:

$$G_p = (17,89 - 3,55) \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 14,3 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 506 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Infine, nell'ipotesi 3 (giacimento invaso al 60% dall'acqua all'abbandono, con pressione residua 2 MPa) il volume di pori che ancora contengono gas all'abbandono sarà:

$$\begin{aligned} V_{p,a} &= 0,6 V_R \bar{\phi} S_{gr} + 0,4 V_R \bar{\phi} (1 - S_{iw}) = \\ &= 0,6 \times 0,55 \cdot 10^9 \times 0,195 \times 0,25 + 0,4 \times 0,55 \cdot 10^9 \times 0,195 \times 0,775 = \\ &= 49,34 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Il volume di gas in essi contenuto, al momento dell'abbandono del giacimento, sarà:

$$\frac{49,34 \cdot 10^6}{B_g (2 \text{ MPa})} = \frac{49,34 \cdot 10^6}{64,119 \cdot 10^{-3}} = 0,77 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 27 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Quindi nell'ipotesi 3 le riserve saranno:

$$G_p = (17,89 - 0,77) \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 17,1 \cdot 10^9 \text{ sm}^3 = 605 \cdot 10^9 \text{ scuft}$$

Riassumendo, abbiamo

RISERVE		
Ipotesi	(sm ³ · 10 ⁹)	(scuft · 10 ⁹)
1	16,6	586
2	14,3	506
3	17,1	605

Come si può vedere, nel nostro caso (ed, in genere, nella maggior parte dei casi) è conveniente, in presenza di spinta d'acqua, produrre il giacimento ad una portata sufficientemente alta da lasciare alla fine della coltivazione il giacimento parzialmente invaso dall'acqua con una pressione residua la più bassa possibile (compatibilmente con la produttività dei pozzi).

5. Il flusso radiale nei mezzi porosi: caso dei fluidi a bassa comprimibilità

5.1 Introduzione

La produzione dell'olio e del gas avviene, ovviamente, attraverso i pozzi. Il flusso in strato nelle vicinanze del pozzo è sostanzialmente radial-piano: da qui l'interesse allo studio del moto radial-piano dei fluidi nei mezzi porosi al fine di dedurne e prevedere il comportamento produttivo dei pozzi.

Tratteremo separatamente il caso dei fluidi a comprimibilità bassa e poco influenzata dalla pressione (olio sottosaturo ed acqua) da quello dei fluidi a comprimibilità elevata e nettamente dipendente dalla pressione (gas secchi ed a condensato).

Tratteremo poi in due momenti successivi i fenomeni che si verificano durante il flusso dallo strato verso il pozzo o viceversa (prove di produzione o di iniezione) ed i fenomeni che si instaurano successivamente alla chiusura del pozzo, e quindi all'arresto del flusso (curve di risalita o di declino della pressione di fondo-pozzo).

5.2. Equazione per il flusso radiale monofase

Le ipotesi di base impiegate nel derivare l'equazione per il flusso radial-piano di fluidi monofasici sono:

- il mezzo poroso è omogeneo per quanto si riferisce a ϕ e k ; inoltre esso è isotropo per quanto riguarda la permeabilità ($k_v = k_h$),
- nel caso di flusso di olio, la sua saturazione è dovunque uguale ad $(1 - S_{iw})$ (acqua immobile); nel caso di flusso di acqua, la sua saturazione è dovunque $\geq (1 - S_{or})$, e cioè l'olio (se presente) è immobile,
- lungo tutto il percorso nel mezzo poroso la pressione è sempre superiore a quella di saturazione dei fluidi presenti,
- il fluido ha composizione uniforme su tutto lo spessore dello strato, così da poter escludere qualsiasi effetto gravitazionale
- il pozzo è aperto alla produzione lungo tutto lo spessore dello strato mineralizzato, così da assicurare un flusso rigorosamente radial-piano .

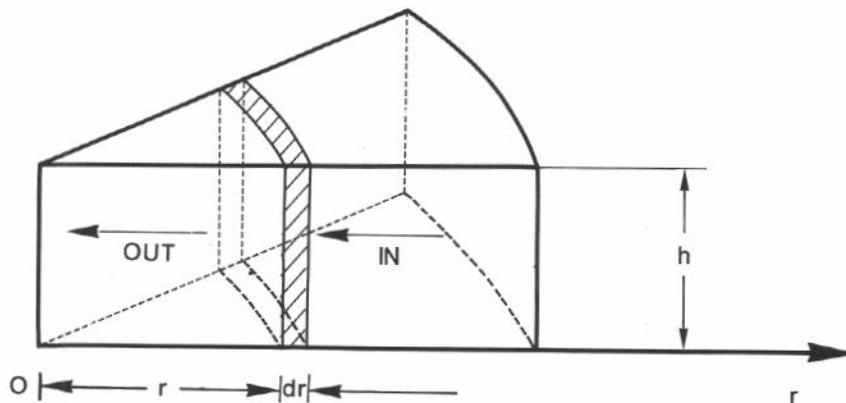


Fig. 5.1 - Schema per il bilancio di massa in flusso radiale.

Si consideri ora (Fig. 5.1) una corona circolare di spessore dr , posta ad una distanza r dal pozzo, per la quale scriveremo il principio di conservazione della massa, e cioè:

$$\begin{aligned} & (\text{portata di massa in ingresso}) - (\text{portata di massa in uscita}) = \\ & = (\text{variazione di massa per unità di tempo nella corona circolare}) \end{aligned}$$

e cioè:

$$\left(q \rho \right)_{r+dr} - \left(q \rho \right)_r = 2\pi r h dr \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad \dots (5.1)$$

ove $2\pi r h dr$ è il volume della corona circolare, ρ è la densità del fluido fluente. ϕ è la porosità. Ricordiamo (Cap.3.4.3) che quest'ultima è una funzione di p , dato che la sollecitazione geostatica, $\bar{\sigma}$, si mantiene costante.

Ricordando che:

$$\left(q \rho \right)_{r+dr} = \left(q \rho \right)_r + \frac{\partial(q \rho)}{\partial r} dr$$

la 5.1 diviene:

$$\frac{\partial(q \rho)}{\partial r} = 2\pi r h \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} \quad \dots (5.2)$$

Poiché la sezione di flusso è uguale a $2\pi r h$ ed il gradiente di pressione locale è $\frac{\partial p}{\partial r}$, dalla legge di Darcy abbiamo:

$$q = \frac{2\pi r h k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots (5.3)$$

Si ha inoltre:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \frac{d(\phi \rho)}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.4a)$$

con

$$\frac{d(\rho \phi)}{dp} = \phi \frac{d\rho}{dp} + \rho \frac{d\phi}{dp} = \rho \phi \left[\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} + \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp} \right] \quad \dots (5.4b)$$

Indicando con:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad \dots (5.4c)$$

la comprimibilità del fluido presente nei pori, e ricordando la 3.8c, si ha:

$$\frac{d(\rho \phi)}{dp} = \rho \phi (c + c_f) = c_t \rho \phi \quad \dots (5.5a)$$

avendo indicato con c_t la *comprimibilità totale* del sistema (roccia + fluido nei pori). Se nei pori vi è solo acqua ($S_w = 1$) si ha $c = c_w$, e quindi:

$$c_t = c_w + c_f \quad (S_w=1) \quad \dots (5.5b)$$

Se invece nei pori vi è olio in presenza di acqua irriducibile (non mobile), si può scrivere con buona approssimazione:

$$c = c_o S_o + c_w S_{iw} = c_o + (c_w - c_o) S_{iw}$$

e quindi, nella forma più generale:

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_f \quad \dots (5.5c)$$

Dalle 5.2; 5.3; 5.4a e 5.5a si ha poi:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\rho \frac{2\pi r h k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 2\pi r h \rho \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

e infine, semplificando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} \rho r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \rho \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.6)$$

ove ρ e μ sono rispettivamente la massa specifica e la viscosità del fluido monofase che fluisce nel mezzo poroso.

La 5.6 è l'equazione che descrive l'andamento della pressione nello spazio e nel tempo per flusso radiale-piano di un fluido monofase in un mezzo poroso.

Si tratta di una equazione alle derivate parziali *non lineare*, in quanto i coefficienti ϕ , k , c_t , ρ e μ sono tutti funzioni della pressione: di conseguenza non è possibile ottenere una soluzione analitica senza aver prima "linearizzata" la 5.6, in modo da renderne i coefficienti in qualche modo indipendenti dalla pressione.

5.3. Linearizzazione dell'equazione di flusso radiale-piano, per il caso di sistemi fluido-roccia a diffusività indipendente dalla pressione

Sviluppando la 5.6 si ha:

$$\frac{1}{r} \left[\rho r \frac{d}{dp} \left(\frac{k}{\mu} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{k}{\mu} r \frac{d\rho}{dp} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{k}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k}{\mu} \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right] = \rho \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.7)$$

Poiché $\frac{\partial p}{\partial r}$ è piccolo*, il suo quadrato può essere considerato trascurabile:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \ll \frac{\partial p}{\partial r}; \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \quad \dots (5.8)$$

Con tale ipotesi la 5.7 diviene:

$$\frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.9)$$

o anche:
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.10)$$

ove:
$$\frac{k}{\phi \mu c_t} = \eta = \text{diffusività idraulica} \quad \dots (5.11)$$

è assunta essere costante per piccole variazioni di p : di fatto k , ϕ e μ aumentano con p , mentre c_t diminuisce. Le dimensioni della costante di diffusività sono $[L^2 t^{-1}]$.

La 5.10, ora linearizzata in quanto si può ragionevolmente assumere che la diffusività idraulica, η , sia indipendente dalla pressione, è l'equazione di diffusività in coordinate radiali.

Essa può essere risolta analiticamente, fra l'altro sfruttando la sua analogia con l'equazione di diffusione del calore:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{K} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \dots (5.12)$$

ove

K = diffusività termica (m^2/s)

T = temperatura (K)

* Questa ipotesi può essere discutibile in vicinanza del pozzo, ove il trascurare $\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2$ può dare origine a degli errori locali nella valutazione di $p(r, t)$.

Le soluzioni della 5.12 per le più svariate condizioni iniziali ed al contorno sono riportate nel classico libro di Carslaw e Jäger "Conduction of Heat in Solids".²

Dranchuk e Quon⁷ hanno mostrato come il processo di linearizzazione sopra illustrato sia valido solo se:

$$c_t p \ll 1 \quad \dots (5.13)$$

5.4. Equazione di diffusività in variabili adimensionali

Come potremo constatare ai Cap. 6 e 7, risulta molto comodo esprimere la 5.10 in variabili adimensionali.

Infatti, ogni soluzione analitica ottenuta (per un particolare insieme di condizioni iniziali ed al contorno) per l'equazione espressa in variabili adimensionali è immediatamente riconducibile al caso pratico in esame operando sulla soluzione stessa il passaggio inverso, da variabili adimensionali a grandezze reali.

Come variabili adimensionali si impiegano convenzionalmente le seguenti:

$$\text{raggio adimensionale: } r_D = \frac{r}{r_w} \quad \dots (5.14a)$$

$$\text{tempo adimensionale: } t_D = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} t = \frac{\eta}{r_w^2} t \quad \dots (5.14b)$$

$$\text{pressione adimensionale: } p_D(r_D, t_D) = \frac{2\pi k h}{q \mu} (p_i - p_{r,t}) \quad \dots (5.14c)$$

ove p_i è la pressione statica iniziale, $p_{r,t}$ la pressione al raggio r al tempo t , q è la portata di fluido *espressa in condizioni di giacimento*, ed r_w è il raggio del pozzo.

Tenendo conto delle 5.14, la 5.10 diviene:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad \dots (5.15)$$

che è l'equazione di diffusività in coordinate radiali, espressa in termini adimensionali.

Indicando con p_{wf} la pressione in erogazione a fondo-pozzo ($r = r_w$; $r_D = 1$) si ha:

$$p_D(1, t_D) = p_{D,w}(t_D) = \frac{2\pi k h}{q \mu} (p_i - p_{wf}) \quad \dots (5.16a)$$

o anche, in assenza di cadute di pressione addizionali (skin effect, di cui parleremo in seguito):

$$p_{wf} = p_i - \frac{q \mu}{2\pi k h} p_{D,w}(t_D) \quad \dots (5.16b)$$

La 5.16b mostra chiaramente l'importanza di poter disporre di soluzioni $p_D(t_D)$ per varie condizioni iniziali ed al contorno, relative al flusso di olio sottosaturo verso il pozzo.

5.5. Evoluzione nel tempo delle condizioni di flusso

Alla 5.10, o 5.15, come ad ogni equazione differenziale, devono essere associate le condizioni iniziali ed al contorno.

Esamineremo, per ora qualitativamente, il caso ideale di un giacimento circolare piano, di spessore uniforme h , di raggio esterno r_e , chiuso al raggio esterno, inizialmente in condizioni statiche con pressione $p = p_i$ uniforme lungo tutta la sua estensione, e con un pozzo centrale di raggio r_w . A partire dal tempo $t = 0$ viene estratta da tale pozzo una portata di olio q (misurata in condizioni di giacimento) costante nel tempo.

Per quanto riguarda le caratteristiche della roccia-serbatoio e dell'olio valgono le ipotesi fatte al Cap. 5.2.

Diciamo subito che le conclusioni che trarremo si applicano tal quali anche al caso di un singolo pozzo in un giacimento in cui siano presenti più pozzi, quando le portate di tutti i pozzi si mantengono costanti nel tempo (anche se non necessariamente uguali fra loro). In tal caso per ciascun pozzo si può definire un'area all'interno della quale il moto del fluido avviene solamente in direzione del pozzo stesso. Tale area prende il nome di *area di drenaggio*, ed il raggio del cerchio equivalente viene definito *raggio di drenaggio*, r_e , del pozzo.

Se le portate dei singoli pozzi variano nel tempo, i confini delle relative aree di drenaggio variano pure essi nel tempo, e le considerazioni che trarremo subiranno qualche modifica.

Per comodità faremo riferimento all'equazione di diffusività espressa in variabili adimensionali.

Riferendoci ad un'area di drenaggio circolare, a partire dal tempo $t_D = 0$ di apertura del pozzo e fino al tempo:

$$t_{D,tr} \cong 0,06 \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 \quad \dots (5.17a)$$

$$\text{e cioè} \quad t_{tr} \cong 0,06 \frac{\phi \mu c_t}{k} r_e^2 \quad \dots (5.17b)$$

il disturbo di pressione provocato dal flusso dell'olio verso il pozzo resta totalmente compreso entro l'area di drenaggio (Fig. 5.2)

Durante tale periodo di tempo *il giacimento si comporta pertanto come infinito*, in quanto l'andamento di $p_D(r_D, t_D)$ e della sua derivata temporale non sono ancora influenzati dalla presenza della barriera impermeabile che abbiamo supposto esistere al bordo esterno ($r = r_e$).

Per t_D compreso fra zero e $t_{D,tr}$ il flusso avviene in *regime transitorio*: chiameremo pertanto questo periodo "*transitorio iniziale*".

Sempre in geometria circolare, per:

$$0,06 \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 \leq t_D \leq 0,1 \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 \quad \dots (5.17c)$$

si ha un periodo di raccordo fra il transitorio iniziale ed il successivo regime di flusso: tale periodo viene chiamato "*tardo transitorio*".

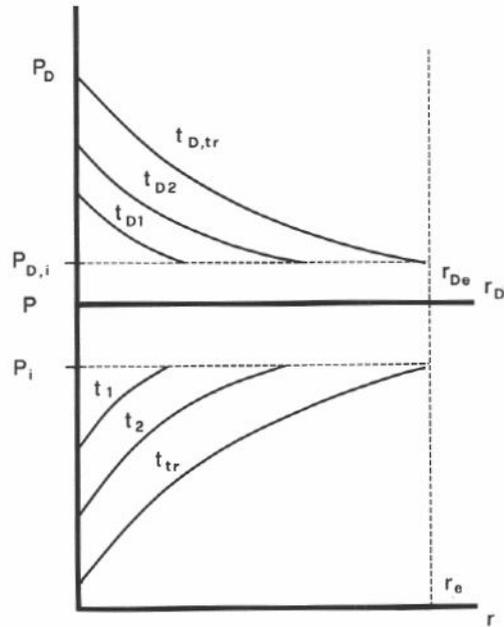


Fig. 5.2 - Diffusione del disturbo di pressione nell'intorno del pozzo. Transitorio iniziale.

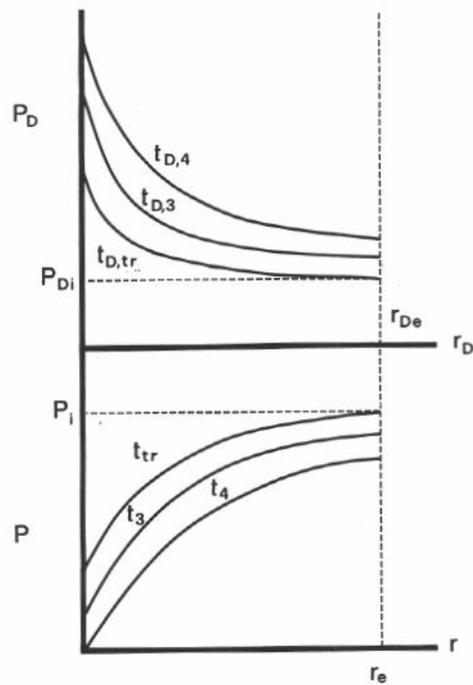


Fig. 5.3 - Andamento della pressione nell'area di drenaggio del pozzo in flusso pseudostazionario. Barriera impermeabile ad $r = r_e$.

Si noti che il campo di valori di t_D nel quale si verifica il regime di flusso tarso-transitorio varia con la geometria dell'area di drenaggio; per geometrie diverse dalla circolare i valori limite del campo sono riportati in Fig. 5.7.

In geometria circolare, per $t_D > 0,1 \left(\frac{r_e}{r_w}\right)^2$ si osserva che in tutta l'area di drenaggio si verifica la situazione:

$$\frac{\partial p_D}{\partial t_D} = \text{costante} \quad \dots (5.18a)$$

per ogni valore di r_D e di t_D . La condizione al bordo esterno rimane sempre:

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_{De}} = 0 \quad \dots (5.18b)$$

In altre parole, il profilo di pressione $p_D(r_D)$ si sposta mantenendosi parallelo a sé stesso (Fig. 5.3): il regime di flusso corrispondente viene definito *pseudo-stazionario*.

Da un semplice bilancio di massa si ha, per ogni valore di r :

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{q}{\pi r_e^2 h \phi c_t} \quad \dots (5.19a)$$

o anche:
$$\frac{dp_D}{dt_D} = 2 \left(\frac{r_w}{r_e}\right)^2 \quad \dots (5.19b)$$

Le 5.19 permettono di calcolare la distribuzione di pressione in giacimento per un qualsiasi valore di $t > t_{tr}$ quando sia nota una sola distribuzione di p , sempre per $t > t_{tr}$.

A fondo-pozzo la pressione, p_{wf} , presenta l'andamento illustrato qualitativamente in Fig. 5.4.

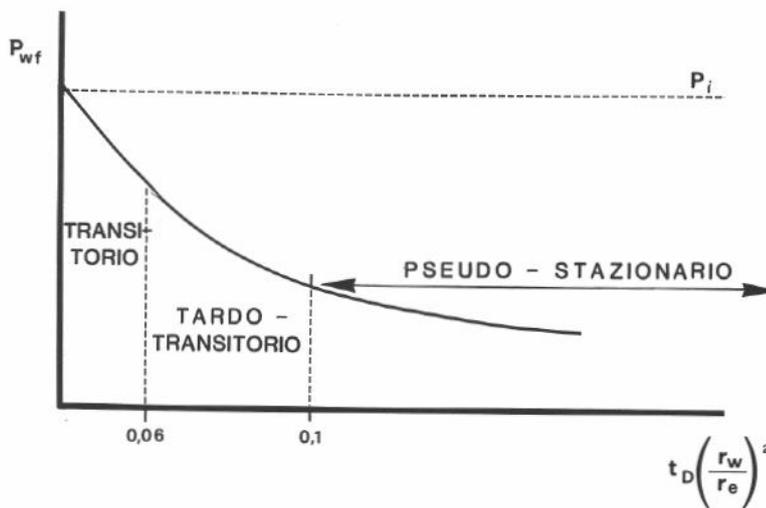


Fig. 5.4 - Andamento nel tempo della pressione a fondo pozzo, p_{wf} .

Se le condizioni al contorno non sono di bordo esterno chiuso, ma di bordo esterno alimentato a pressione costante p_e , al termine del periodo di flusso transitorio si raggiungono condizioni di *flusso stazionario*.

Dall'equazione di Darcy si ha:

$$q = \frac{2\pi r h k}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad \dots (5.20a)$$

essendo $2\pi rh$ la sezione di flusso.

Dalla 5.20a si ha, integrando fra r_w ed r :

$$p - p_w = \frac{q \mu}{2\pi h k} \ln \frac{r}{r_w} \quad \dots (5.20b)$$

o anche, per qualunque valore di t :

$$p_D(1) - p_D(r_D) = \ln r_D \quad \dots (5.20c)$$

essendo per definizione (Eq. 5.14a) uguale ad uno il raggio adimensionale del pozzo.

5.6. Soluzione dell'equazione di diffusività in coordinate radiali per fluidi a comprimibilità costante

5.6.1. Flusso in regime transitorio

5.6.1.1. Trattazione per un pozzo ideale

Come già detto, per tutto il periodo iniziale di erogazione del pozzo ($t \leq t_{tr}$) il giacimento si comporta come infinito, ed il flusso avviene in regime transitorio.

Le condizioni iniziali sono:

$$p = p_i \quad \text{a} \quad t = 0 \quad \text{per tutti i valori di } r \quad \dots (5.21a)$$

Le condizioni al contorno sono:

$$p = p_i \quad \text{per} \quad r = \infty \quad \text{per tutti i valori di } t \quad \dots (5.21b)$$

$$q = \frac{2\pi k h r_w}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} = \text{cost} \quad \text{per tutti i valori di } t \quad \dots (5.21c)$$

Un'ipotesi semplificatrice che viene introdotta è che r_w sia trascurabile, e che possa essere assunto uguale a zero. La 5.21c diviene, con tale ipotesi:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q \mu}{2\pi k h} = \text{cost} \quad \dots (5.21d)$$

La soluzione che si ottiene con tale ipotesi è la cosiddetta *soluzione per sorgente lineare* (o di raggio nullo) *nelle condizioni di portata costante al pozzo* (line source solution for constant terminal rate).

Utilizzando la trasformata di Boltzmann

$$s = \frac{r^2}{4 \frac{k}{\phi \mu c_t} t} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4 k t} \quad \dots (5.22a)$$

cosicché $\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t r}{2 k t} \quad \dots (5.22b)$

e: $\frac{\partial s}{\partial t} = - \frac{\phi \mu c_t r^2}{4 k t^2} \quad \dots (5.22c)$

l'equazione di diffusività in coordinate radiali:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.10)$$

diviene, per trasformazione dalle variabili indipendenti (r, t) alla variabile indipendente s :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{ds} \left(r \frac{dp}{ds} \frac{\partial s}{\partial r} \right) \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{dp}{ds} \frac{\partial s}{\partial t} \quad \dots (5.23a)$$

ove $p = p(r, t)$ è ora solo funzione di $s = s(r, t)$

Tenendo conto delle 5.22b e c, la 5.23a diviene:

$$\frac{1}{r} \frac{\phi \mu c_t r}{2 k t} \frac{d}{ds} \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{2 k t} \frac{dp}{ds} \right) = - \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\phi \mu c_t r^2}{4 k t^2} \frac{dp}{ds} \quad \dots (5.23b)$$

che, tenendo conto della 5.22a e semplificando, diviene:

$$\frac{d}{ds} \left(s \frac{dp}{ds} \right) = - s \frac{dp}{ds} \quad \dots (5.23c)$$

o anche: $\frac{dp}{ds} + s \frac{d}{ds} \left(\frac{dp}{ds} \right) = - s \frac{dp}{ds} \quad \dots (5.23d)$

Come si può constatare, con l'impiego della trasformata di Boltzmann la 5.10 di partenza, che è un'equazione alle derivate parziali in r ed in t , si è trasformata in un'equazione alle derivate ordinarie, facilmente risolvibile. Ponendo infatti:

$$\frac{dp}{ds} = p' \quad \dots (5.24a)$$

la 5.23d diviene:

$$p' + s \frac{dp'}{ds} = -s p' \quad \dots (5.24b)$$

o anche:

$$\frac{dp'}{p'} = -ds - \frac{ds}{s} \quad \dots (5.24c)$$

che, integrata, fornisce l'integrale generale:

$$\ln p' = -s - \ln s + C_1 \quad \dots (5.25a)$$

o anche:

$$p' = C_2 \frac{e^{-s}}{s} \quad \dots (5.25b)$$

con $C_2 = e^{C_1}$.

Per il calcolo di C_2 facciamo ricorso alle condizioni al contorno sul pozzo.

Ricordando che:

$$\begin{aligned} r \frac{\partial p}{\partial r} &= r \frac{dp}{ds} \frac{\partial s}{\partial r} = r \frac{2 \phi \mu c_t r}{4 k t} \frac{dp}{ds} = \\ &= 2 s \frac{dp}{ds} = 2 s C_2 \frac{e^{-s}}{s} = 2 C_2 e^{-s} \end{aligned} \quad \dots (5.26)$$

e ricordando la 5.21d, si ha:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left(2 C_2 e^{-s} \right) = 2 C_2 = \frac{q \mu}{2\pi k h} \quad \dots (5.27)$$

dato che per $r \rightarrow 0$ anche $s \rightarrow 0$.

Dalle 5.25b e 5.27 si ha poi:

$$p' = \frac{q \mu}{4\pi k h} \frac{e^{-s}}{s} \quad \dots (5.28)$$

La 5.28 viene integrata fra la pressione p_i ($t = 0$) e la pressione $p(r, t)$ al tempo t , raggio r . In corrispondenza di tali valori di p , la variabile s assume (Eq. 5.22a) i valori:

$$s(t = 0) = \infty$$

$$s(r, t) = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4 k t} = x$$

Si ha quindi:

$$\int_{p_i}^{p(r, t)} dp = \frac{q \mu}{4\pi k h} \int_{\infty}^x \frac{e^{-s}}{s} ds \quad \dots (5.29)$$

da cui:

$$\frac{4\pi k h}{q \mu} [p_i - p(r, t)] = \int_x^{\infty} \frac{e^{-s}}{s} ds \quad \dots (5.30)$$

L'integrale a secondo membro nella 5.30 è il noto *esponenziale integrale* $ei(x)$, il cui andamento è fornito in Fig. 5.5.

Esso può essere espresso mediante lo sviluppo in serie:

$$ei(x) = -0,57721 - \ln x - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n n!} \quad \dots (5.31a)$$

Per $x < 0,01$ il termine in sommatoria può essere trascurato mantenendo l'errore entro limiti molto piccoli¹¹. Si ha pertanto:

$$ei(x) = -0,57721 - \ln x \quad (x < 0,01) \quad \dots (5.31b)$$

ove 0,57721 è il *numero di Eulero*, il cui esponenziale è:

$$e^{0,57721} = 1,781 = \gamma$$

Si può pertanto scrivere:

$$ei(x) = -\ln(\gamma x) \quad \text{per } x < 0,01 \quad \dots (5.31c)$$

Dalle 5.30 e 5.31c si ottiene:

$$\begin{aligned} p_i - p(r, t) &= -\frac{q \mu}{4\pi k h} \ln \frac{\gamma \phi \mu c_t r^2}{4 k t} = \\ &= \frac{q \mu}{4\pi k h} \ln \frac{4 k t}{\gamma \phi \mu c_t r^2} \quad \dots (5.32a) \end{aligned}$$

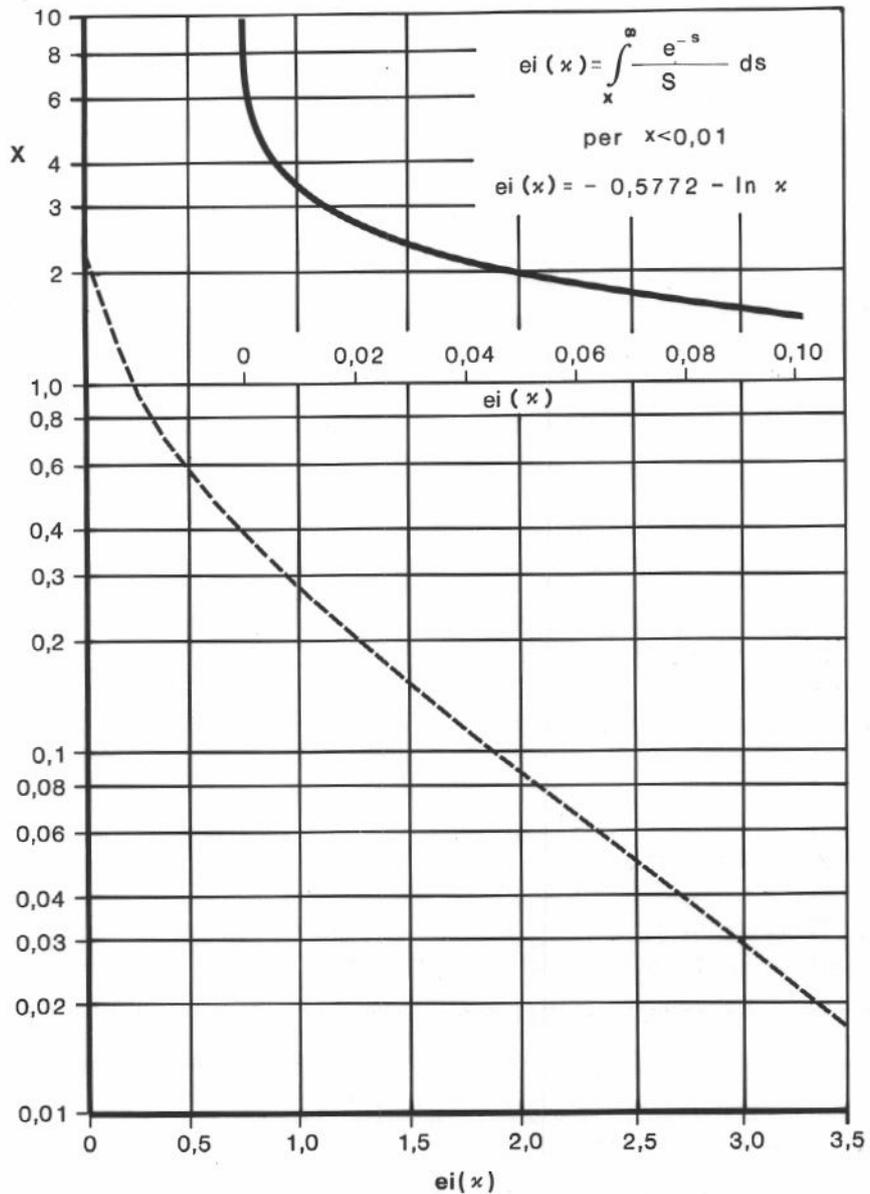


Fig. 5.5 - Funzione $ei(x)$, per x compreso fra 0,01 e 10.

o anche, in variabili adimensionali:

$$p_D = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4}{\gamma} \left(\frac{r_w}{r} \right)^2 t_D \right] = \frac{1}{2} \left(\ln t_D - 2 \ln r_D + 0,809 \right) \quad \dots (5.32b)$$

essendo: $\ln \frac{4}{\gamma} = \ln 2,246 = 0,809 \quad \dots (5.32c)$

In particolare, sul pozzo ($r_D = 1$; $r = r_w$) l'andamento della pressione nel tempo è dato da:

$$p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0,809 \right) \quad \dots (5.33a)$$

ovverosia:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q \mu}{4\pi k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2} + 0,809 \right) \quad \dots (5.33b)$$

Si osservi che le 5.33 sono valide solo a partire dal momento in cui è valida l'approssimazione espressa dalla 5.31b ($x < 0,01$), e cioè per:

$$\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4 k t} < 0,01 \quad \dots (5.34a)$$

ovverosia:
$$\frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2} > 25 \quad \dots (5.34b)$$

Per valori di t inferiori a quelli che si deducono dalle 5.34 è necessario far ricorso alla soluzione espressa mediante l'integrale esponenziale.

In pratica, si osserva che la condizione espressa dalla 5.34 viene quasi sempre verificata a partire da pochi minuti (talvolta qualche secondo) dall'inizio della produzione del pozzo.

5.6.1.2. Trattazione per pozzo reale. - Skin effect

Ricordiamo che fra le ipotesi di partenza, dalle quali dipende la validità delle equazioni sopra riportate, sono comprese in particolare le seguenti:

- il mezzo poroso è omogeneo ed isotropo per quanto riguarda la permeabilità,
- il pozzo è aperto alla produzione su tutto lo spessore dello strato produttivo.

Tali condizioni possono non verificarsi per una o più delle seguenti ragioni:

- danneggiamento dello strato nell'intorno del pozzo ad opera del filtrato del fango, con riduzione della permeabilità da k a k_s per un'estensione radiale r_s ,
- pozzo perforato solo per una frazione dello spessore dello strato,
- pozzo tubato e cementato, nel quale la comunicazione fra strato e pozzo avviene solo attraverso la sezione degli spari,
- roccia-serbatoio costituita da più zone sovrapposte, a diversa permeabilità. La situazione può essere ulteriormente complicata dal fatto che il pozzo è aperto alla produzione mediante spari eseguiti solo in alcune di tali zone,
- presenza di fratture che intersecano l'asse del pozzo, con aumento della permeabilità in un'area circostante il pozzo.

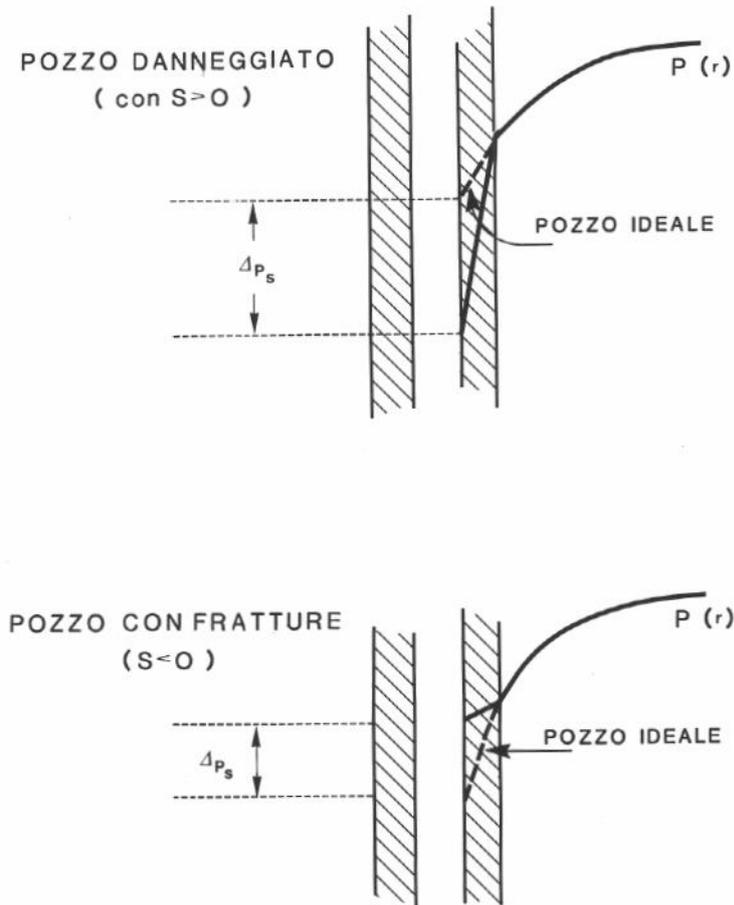


Fig. 5.6 - Andamento della pressione nell'intorno del pozzo nel caso di danneggiamento ($S > 0$) o di produttività migliorata attraverso fratturazione ($S < 0$).

Tutti questi fattori modificano le condizioni di flusso nell'intorno del pozzo rispetto a quelle espresse dalle 5.33 (Fig. 5.6). L'influenza di detti fattori viene espressa introducendo nelle 5.33 un termine S chiamato *effetto pellicolare*, o *skin effect*:

$$p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,809) + S \quad \dots (5.35)$$

da cui si ottengono le seguenti equazioni classiche:

$$p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,809 + 2 S) \quad \dots (5.36a)$$

$$p_{wf} = p_i - \frac{q \mu}{4\pi k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (5.36b)$$

Si osservi che S è una grandezza adimensionale, cioè un numero puro. La caduta di pressione addizionale Δp_s :

$$\Delta p_s = \frac{q \mu}{2\pi k h} S \quad \dots (5.37)$$

dovuta alle condizioni esistenti nell'intorno del pozzo può essere *positiva* [$(p_i - p_{wf})$ nel pozzo reale maggiore di $(p_i - p_{wf})$ nel pozzo ideale] oppure *negativa* [$(p_i - p_{wf})$ nel pozzo reale minore di $(p_i - p_{wf})$ nel pozzo ideale].

Δp_s è positivo nel caso di intasamento da filtrato del fango¹⁰, di penetrazione parziale del pozzo nello strato^{1,9} e di pozzo aperto alla produzione solo mediante spari in colonna.⁸

In particolare, nel caso di danneggiamento da filtrato del fango si ha:

$$\Delta p_s = \frac{q \mu}{2\pi k h} \frac{k - k_s}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_w} \quad \dots (5.38a)$$

da cui:

$$S = \frac{k - k_s}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_w} \quad \dots (5.38b)$$

Questo danneggiamento può essere rimosso mediante trattamento del pozzo con soluzioni di tensioattivi, che facilitano la rimozione del filtrato del fango.

Δp_s può essere positivo o negativo nel caso di rocce-serbatoio costituite da zone a diversa permeabilità, con spari effettuati solo in parte di esse,³ a seconda che siano state aperte alla produzione zone a permeabilità minore o maggiore della media dello strato.

Δp_s è sempre negativo nel caso di fratture che intersechino l'asse del pozzo.⁴

Un caso particolare è quello di strati ad olio con acquifero di fondo. In tal caso la penetrazione del pozzo rispetto allo spessore totale della roccia porosa e permeabile (livello mineralizzato ad olio + acquifero sottostante) può ovviamente essere solo parziale, per la buona ragione che si vuol produrre solo olio: di conseguenza lo skin effect dovrebbe essere positivo ($\Delta p_s > 0$).

Si osservi però che siamo, in questo caso, in presenza di due fluidi in strato: l'olio (che fluisce verso il pozzo) e l'acqua (che, pur non fluendo verso il pozzo, trasmette ugualmente il disturbo di pressione).

Se l'olio ha viscosità superiore a quella dell'acqua, è possibile, come dimostrato da Chierici,³ che si verifichino skin effect negativi ($\Delta p_s < 0$).

Sul calcolo di S a partire da misure in pozzo ritorneremo al Cap.6.

5.6.2. Flusso in regime pseudo-stazionario

Dopo che il disturbo di pressione ha raggiunto il bordo esterno dell'area di drenaggio del pozzo, e dopo un breve periodo detto di "tardo-transitorio", si instaurano in strato condizioni di flusso pseudo-stazionario, nelle quali cioè (Cap. 5.5) per $q = \text{cost.}$

si ha $\frac{dp}{dt} = \text{cost.}$ in ogni punto dell'area di drenaggio.

L'equazione di bilancio di massa:

$$\begin{aligned} & \text{(massa di fluido che esce dal pozzo per unità di tempo)} = \\ & = \text{(variazione della massa di fluido, per unità di tempo, nell'area di drenaggio} \\ & \text{del pozzo)}. \end{aligned}$$

si esprime, tenendo anche conto della comprimibilità della roccia, nella maniera seguente:

$$\begin{aligned} q \rho &= - \pi r_e^2 h \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) = - \pi r_e^2 h \frac{d(\rho \phi)}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} = \\ &= - \pi r_e^2 h \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad \dots (5.39a)$$

$$\text{da cui: } \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{q}{\pi r_e^2 h \phi c_t} \quad \dots (5.39b)$$

Dalle 5.10 e 5.39b si ha:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = - \frac{q \mu}{\pi r_e^2 h k} \quad \dots (5.40)$$

da cui, integrando una prima volta rispetto ad r:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\frac{r}{r_e} \right)^2 + C_1 \quad \dots (5.41)$$

Per $r = r_e$, $\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_e} = 0$, e quindi:

$$C_1 = \frac{q \mu}{2\pi k h} \quad \dots (5.42)$$

$$\text{Si ha quindi: } \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) \quad \dots (5.43)$$

che, integrata fra r_w ed r (e quindi fra p_{wf} e p) dà:

$$p - p_{wf} = \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2 r_e^2} \right) \quad \dots (5.44a)$$

Trascurando il termine $(r_w/r_e)^2$, molto piccolo, ed introducendo il fattore di skin, S, (Cap. 5.6.1.2.), si ha infine:

$$p_e - p_{wf} = \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right) \quad \dots (5.44b)$$

che permetterebbe di calcolare la pressione a fondo pozzo in erogazione, p_{wf} , se si conoscesse la pressione al bordo esterno, p_e , allo stesso istante. Poiché questa non è nota, è più conveniente esprimere p_{wf} in funzione della pressione media nell'area di drenaggio, \bar{p} .

Data la simmetria radiale del fenomeno si ha:

$$\bar{p} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} 2\pi r h p dr}{\pi (r_e^2 - r_w^2) h} \quad \dots (5.45a)$$

o anche, trascurando a denominatore r_w^2 , molto piccolo:

$$\bar{p} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} p r dr \quad \dots (5.45b)$$

che, tenendo conto della 5.44a, diviene:

$$\bar{p} = \frac{2}{r_e^2} \left\{ p_{wf} \int_{r_w}^{r_e} r dr + \frac{q \mu}{2\pi k h} \left[\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr - \frac{1}{2 r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} r^3 dr \right] \right\} \quad \dots (5.45c)$$

o anche, sempre trascurando il termine in r_w^2 ,

$$\bar{p} = p_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi k h} \frac{2}{r_e^2} \left(\frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_e^2}{4} - \frac{r_e^2}{8} \right) \quad \dots (5.45d)$$

ed infine, semplificando ed introducendo il termine di skin, S:

$$\bar{p} = p_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right) \quad \dots (5.46)$$

La 5.46 permette di calcolare la pressione media in un'area di drenaggio circolare per condizioni di flusso pseudo-stazionarie. Un'estensione della 5.46 ad aree di drenaggio di geometria diversa dalla circolare può essere effettuata come segue:

La 5.46 si può scrivere nella maniera seguente:

$$\begin{aligned} \bar{p} &= p_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 - \frac{1}{2} \ln \left(e^{3/2} \right) + S \right] = \\ &= p_{wf} + \frac{q \mu}{4\pi k h} \left[\ln \frac{\pi r_e^2}{\pi e^{3/2} r_w^2} + 2 S \right] = \\ &= p_{wf} + \frac{q \mu}{4\pi k h} \left(\ln \frac{A}{31,62 r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (5.47) \end{aligned}$$

ove A è, ovviamente, l'area del cerchio di raggio r_e ed il termine $C_A = 31,62$ è definito "fattore di forma" per geometria circolare.

Assumendo come A la superficie dell'area di drenaggio indipendentemente dalla sua forma, i valori dei fattori di forma per numerose geometrie diverse dalla circolare sono stati calcolati da Dietz⁶ e sono riportati in Fig. 5.7. Nella stessa figura sono riportati anche i valori di $t_D \frac{r_w^2}{A} = t_{DA}$ a partire dai quali, per ogni geometria, si può assumere che siano state raggiunte le condizioni di flusso pseudo-stazionario.

	C_A	$\ln C_A$	Esatto per $t_{DA} >$	< 1 % di errore per $t_{DA} >$	< 1% di errore usando soluzione per sistemi infiniti Se $t_{DA} <$		C_A	$\ln C_A$	Esatto per $t_{DA} >$	< 1 % di errore per $t_{DA} >$	< 1% di errore usando soluzione per sistemi infiniti Se $t_{DA} <$
	31,62	3,4538	0,1	0,06	0,10		10,8374	2,3830	0,4	0,15	0,025
	31,6	3,4532	0,1	0,06	0,10		4,5141	1,5072	1,5	0,50	0,06
	27,6	3,3178	0,2	0,07	0,09		2,0769	0,7309	1,7	0,50	0,02
	27,1	3,2995	0,2	0,07	0,09		3,1573	1,1497	0,4	0,15	0,005
	21,9	3,0865	0,4	0,12	0,08		0,5813	-0,5425	2,0	0,60	0,02
	0,098	-2,3227	0,9	0,60	0,015		0,1109	-2,1991	3,0	0,60	0,005
	30,8828	3,4302	0,1	0,05	0,09		5,3790	1,6825	0,8	0,30	0,01
	12,9851	2,5638	0,7	0,25	0,03		2,6896	0,9894	0,8	0,30	0,01
	4,5132	1,5070	0,6	0,30	0,025		0,2318	-1,4619	4,0	2,00	0,03
	3,3351	1,2045	0,7	0,25	0,01		0,1155	-2,1585	4,0	2,00	0,01
	21,8369	3,0836	0,3	0,15	0,025		2,3606	0,8589	1,0	0,40	0,025

Fig. 5.7 - Valore del fattore di forma C_A per diverse geometrie dell'area di drenaggio, e limiti temporali di validità delle Eq. 5.36 e 5.47. Da Ref. 6, con autorizzazione SPE.

La 5.47 permette quindi il calcolo di \bar{p} per distribuzioni di pozzi che portino ad avere aree di drenaggio a geometria non circolare, ovviamente quando sia noto il valore di S (vedi Cap. 6).

Per una distribuzione qualsiasi di pozzi in un giacimento, l'estensione dell'area di drenaggio di ciascun pozzo è proporzionale, in condizioni di flusso pseudo-stazionario, alla sua portata per unità di spessore di pay, q/h . Tale approssimazione vale nell'ipotesi di permeabilità costante nell'area interpozzo.

Dati due pozzi (Fig. 5.8) a distanza d , si ha:

$$\frac{r_1}{q_1/h_1} = \frac{r_2}{q_2/h_2} \quad \dots (5.48a)$$

ed $r_1 + r_2 = d \quad \dots (5.48b)$

$$r_1 = \frac{q_1 h_2}{q_1 h_2 + q_2 h_1} d \quad \dots (5.49a)$$

$$r_2 = \frac{q_2 h_1}{q_1 h_2 + q_2 h_1} d \quad \dots (5.49b)$$

La pressione media di giacimento, \bar{p}_R , può essere poi calcolata come media ponderale delle pressioni medie nelle aree di drenaggio dei singoli pozzi, \bar{p}_i , rispetto al volume $V_{H,i}$ di olio contenuto in ciascuna area di drenaggio:

$$\bar{p}_R = \frac{\sum_i \bar{p}_i V_{H,i}}{\sum_i V_{H,i}} \quad \dots (5.50a)$$

Dato che, in prima approssimazione, le portate q_i dei singoli pozzi sono proporzionali al volume $V_{H,i}$ di olio contenuto nelle relative aree di drenaggio, si ha anche:

$$\bar{p}_R = \frac{\sum_i \bar{p}_i q_i}{\sum_i q_i} \quad \dots (5.50b)$$

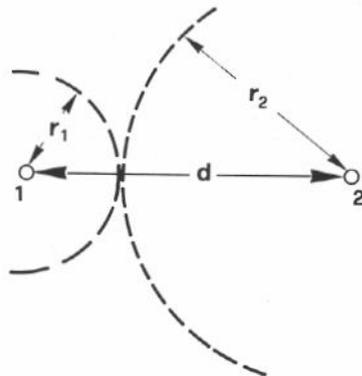


Fig. 5.8 - Aree di drenaggio di due pozzi contigui.

5.6.3 Flusso in regime stazionario

Le condizioni di flusso in regime stazionario si possono realizzare in un giacimento solo quando esista una spinta d'acqua da un acquifero laterale tale da mantenere costante nel tempo la pressione, p_e , al bordo esterno del giacimento, oppure quando il giacimento venga coltivato con iniezione di acqua, od altri fluidi, in modo tale che il volume totale di fluidi (olio + acqua) in giacimento si mantenga costante nel tempo.

Le condizioni al contorno che si realizzano al termine del transitorio sono:

$$p = p_e = \text{costante} \quad \text{a } r = r_e \quad \dots (5.51a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \text{per ogni valore di } r \text{ e } t \quad \dots (5.51b)$$

In tali condizioni si ha, dalla 5.10:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0 \quad \dots (5.52a)$$

$$r \frac{dp}{dr} = \frac{q \mu}{2\pi k h} = \text{cost} \quad \dots (5.52b)$$

e, introducendo il termine di skin, S :

$$p - p_{wf} = \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r}{r_w} + S \right) \quad \dots (5.53)$$

Con procedimento identico a quello sviluppato al Cap. 5.6.2 per il flusso in regime pseudo-stazionario si ha poi:

$$\bar{p} = p_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right) \quad \dots (5.54)$$

∴

In Tab. 5.1 sono riportate le equazioni di flusso in regime stazionario e pseudo-stazionario impiegate più di frequente ed illustrate nelle pagine precedenti.

La costante C nel termine di destra di tali equazioni è stata introdotta per tener conto delle unità di misura pratiche (metriche ed USA) impiegate sul campo.

Evidentemente è $C = \frac{10^{-9}}{2\pi}$ se si esprimono tutte le grandezze nel sistema SI, con p in MPa e μ in mPa*s, come d'uso. Per grandezze espresse in unità di misura "metriche pratiche" ed "USA di campo" i relativi valori di C sono riportati in Tab. 5.1.

Tab. 5.1 - Equazioni per il flusso radiale verso il pozzo

		REGIME DI FLUSSO			
		STAZIONARIO		PSEUDO-STAZIONARIO	
Equazione generale		$p - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r}{r_w} + S \right)$		$p - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2 r_e^2} + S \right)$	
Equazione espressa in funzione di p_e		$p_e - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)$		$p_e - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)$	
Equazione espressa in funzione di \bar{p}		$\bar{p} - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)$		$\bar{p} - p_{wf} = C \frac{q \mu}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)$	
		UNITÀ DI MISURA			
GRANDEZZA	SIMBOLO	METRICHE PRATICHE		U.S.A. DI CAMPO	
Spessore del pay	h	metri	(m)	piedi	(ft)
permeabilità	k	millidarcy	(md)	millidarcy	(md)
portata a fondo pozzo	q	metri cubi/giorno	(m ³ /g)	barili/giorno	(bbl/d)
raggi	r, r_e, r_w	metri	(m)	piedi	(ft)
viscosità	μ	centipoise	(cP)	centipoise	(cP)
pressione	p, p_e, p_{wf}, \bar{p}	chilogrammi/cm ²	(kg/cm ²)	libbre/pollice quadro	(psi)
COSTANTE	C		19,03		141,2

5.7. Il principio di sovrapposizione degli effetti applicato alla soluzione dell'equazione di diffusività

Per l'equazione di diffusività linearizzata 5.10, come per tutte le equazioni differenziali a coefficienti costanti, vale il principio di Duhamel, il quale esprime come "ogni combinazione lineare di soluzioni dell'equazione differenziale di partenza sia ancora una soluzione dell'equazione stessa".

In altre parole, combinando fra loro linearmente soluzioni dell'equazione di diffusività corrispondenti a condizioni iniziali ed al contorno diverse si ottiene ancora una soluzione dell'equazione di diffusività. È questo il cosiddetto *principio di sovrapposizione degli effetti*, che trova applicazione in molti campi della fisica-matematica.

Si consideri il caso di un pozzo, inizialmente chiuso ($q = 0$ a $t = 0$) e con pressione $p_i = \text{cost}$ a $t = 0$ su tutta l'area di drenaggio.

Al pozzo venga applicata una portata q variabile nel tempo, come illustrato in Fig. 5.9. Si ha:

<i>Portata</i>	<i>Applicata per il tempo</i>
q_1	$t_1 - 0$
q_2	$t_2 - t_1$
q_3	$t_3 - t_2$
...
q_{j-1}	$t_{j-1} - t_{j-2}$
q_j	$t_j - t_{j-1}$
...
q_n	$t_n - t_{n-1}$

La situazione può essere descritta anche nella seguente maniera:

<i>Portata</i>	<i>Applicata per il tempo</i>
q_1	$t_n - 0$
$q_2 - q_1$	$t_n - t_1$
$q_3 - q_2$	$t_n - t_2$
.....
$q_j - q_{j-1}$	$t_n - t_{j-1}$
.....
$q_n - q_{n-1}$	$t_n - t_{n-1}$

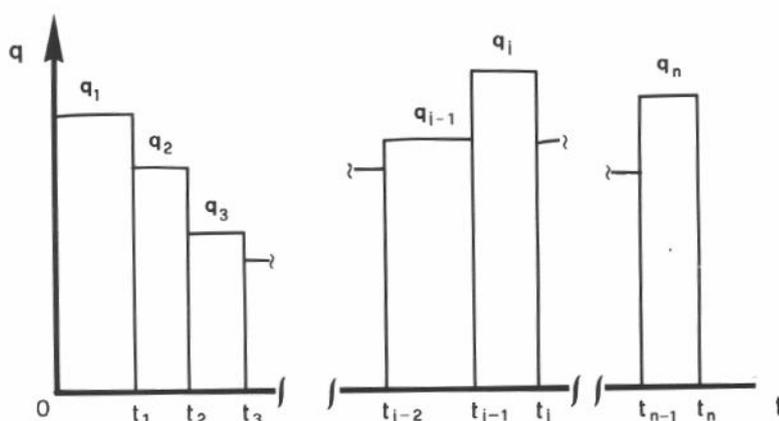


Fig. 5.9 - Schematizzazione dell'andamento nel tempo della portata di un pozzo al fine dell'impiego del principio di sovrapposizione.

Facendo ricorso alla soluzione generale dell'equazione di diffusività 5.16 espressa, per comodità di scrittura, in variabili adimensionali, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k h}{\mu} [p_i - p_{wf}(t_n)] &= (q_1 - 0) [p_{Dw}(t_{Dn} - 0) + S] + \\ &+ (q_2 - q_1) [p_{Dw}(t_{Dn} - t_{D1}) + S] + \\ &+ (q_3 - q_2) [p_{Dw}(t_{Dn} - t_{D2}) + S] + \\ &\vdots \\ &+ (q_j - q_{j-1}) [p_{Dw}(t_{Dn} - t_{D,j-1}) + S] + \\ &\vdots \\ &+ (q_n - q_{n-1}) [p_{Dw}(t_{Dn} - t_{D,n-1}) + S] + \dots \quad (5.55a) \end{aligned}$$

o anche:

$$p_{wf}(t_n) = p_i - \frac{\mu}{2\pi k h} \sum_{j=1}^n [(q_j - q_{j-1}) p_{Dw}(t_{Dn} - t_{D,j-1})] + q_n s \quad \dots (5.55b)$$

La 5.55b costituisce uno dei mezzi più validi per interpretare l'andamento della pressione di fondo-pozzo, sia in erogazione che durante il transitorio che fa seguito alla chiusura del pozzo, come pure durante le prove di iniezione nei pozzi per il mantenimento di pressione mediante l'iniezione d'acqua.

Se opportunamente interpretata, la 5.55 permette di calcolare i valori di kh , di S , di raggio dell'area di drenaggio (o di distanza da barriere di permeabilità) a partire dall'andamento di q e della pressione a fondo-pozzo.

A questo argomento dedicheremo tutto il prossimo Cap.6, ad introduzione del quale forniremo qui alcune nozioni circa i tipi di prove che vengono comunemente eseguite in pozzo.

5.8. Prove nei pozzi produttori ed iniettori

Diciamo innanzitutto che nei pozzi produttori vengono eseguite pressoché esclusivamente prove di produzione ($q > 0$). Solo nel caso di pressione di giacimento molto bassa, e tale da richiedere il sollevamento artificiale dell'olio in pozzo (pompa di fondo, gas lift) può essere preferibile, onde evitare complicazioni meccaniche dovute alla presenza simultanea in pozzo dell'attrezzatura per la misura della pressione di fondo e di quella per il sollevamento, eseguire prove di iniezione ($q < 0$), solitamente mediante pompaggio in pozzo di gasolio o di olio dello stesso giacimento.

Nei pozzi di iniezione d'acqua si eseguono quasi esclusivamente prove di iniezione, ben raramente prove di produzione (backflow tests).

Partendo da condizioni stabilizzate ($p = p_i$ in tutta l'area di drenaggio a $t = 0$; $q = 0$) le prove possono essere eseguite imponendo al pozzo una portata (di produzione o di iniezione) costante q (misurata nelle condizioni di fondo-pozzo) o, come più spesso avviene soprattutto per motivi operativi, una serie di portate $q_1, q_2 \dots q_n$ per tempi $t_1, (t_2 - t_1) \dots (t_n - t_{n-1})$.

Nel primo caso si parla di *prove a portata costante*, nel secondo caso di *prove a portate multiple*.

Nelle prove di produzione, la misura dell'andamento della pressione di fondo, che diminuisce nel tempo, costituisce la cosiddetta *prova di declino della pressione* (pressure drawdown test).

Nelle prove di iniezione, la misura della pressione di fondo, che cresce col tempo, costituisce la cosiddetta *prova di iniettività* (injectivity test).

Al termine della produzione, o dell'iniezione, il pozzo viene chiuso ($q = 0$) e si misura l'andamento nel tempo della pressione di fondo.

Nel caso di prove di produzione la pressione di fondo a pozzo chiuso (p_{ws}) risale nel tempo, dopo la chiusura del pozzo: la registrazione di $p_{ws}(t)$ costituisce in tal caso la cosiddetta *prova di risalita della pressione* (pressure buildup test).

Nel caso di prove di iniezione, la pressione di fondo a pozzo chiuso decresce nel tempo, a partire dalla chiusura del pozzo: la registrazione di $p_{ws}(t)$ costituisce in tal caso la cosiddetta *prova di caduta della pressione* (pressure fall-off test).

Dall'interpretazione dell'andamento della pressione di fondo pozzo (p_{wft}) durante la produzione (od iniezione) e dopo la chiusura del pozzo (p_{ws}) si ottengono, come illustreremo in dettaglio nel Cap. 6, i valori di kh , S , r_e (o distanza da barriere di permeabilità).

È pratica comune di campo calcolare anche, dai dati ottenuti nel corso delle prove, i seguenti tre indicatori, di impiego molto comune:

Indice di produttività del pozzo, J:

$$J = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}} \quad \dots (5.56a)$$

Efficienza di flusso, o fattore di completamento del pozzo, CF:

$$CF = \frac{J \text{ reale } (S \neq 0)}{J \text{ ideale } (S = 0)} = \quad \dots (5.56b)$$

$$= \frac{\frac{q}{\bar{p} - p_{wf}}}{\frac{q}{\bar{p} - p_{wf} - \Delta p_s}} = 1 - \frac{\Delta p_s}{\bar{p} - p_{wf}} \quad \dots (5.56b')$$

Rapporto di danneggiamento del pozzo, F_s

$$F_s = 1 - CF = \frac{\Delta p_s}{\bar{p} - p_{wf}} \quad \dots (5.56c)$$

BIBLIOGRAFIA

1. Brons, F. e Marting, V.E.: "The Effect of Restricted Fluid Entry on Well Productivity", *J.Pet.Tech.* (febbraio 1961), pagg. 172-174; *Trans.*, AIME 222.
2. Carslaw, H.S. e Jaeger, J.C.: *Conduction of Heat in Solids*, Oxford at the Clarendon Press (1947).
3. Chierici, G.L., Ciucci, G.M. e Pizzi, G.: "Quelques cas de remontées de pression dans des couches hétérogènes avec pénétration partielle, Etude par analyseur électrique", *Rev.Inst.Franc.Pétrole* (dicembre 1965) vol. 20, N.12, pagg.1811-1846.
4. Cinco Ley, H., Samaniego, F., e Dominguez, N.: "Transient Pressure Behaviour for a Well with a Finite Conductivity Vertical Fracture", *Soc. Pet. Eng. J.* (agosto 1978), pagg. 253-264.
5. Dake, L.P.: *Fundamentals of Petroleum Engineering*, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam (1978).
6. Dietz, D.N.: "Determination of Average Reservoir Pressure from Buildup Surveys", *J.Pet.Tech.* (agosto 1965), pagg. 955-959; *Trans.*, AIME 234.
7. Dranchuk, P.M. e Quon, D.: "Analysis of the Darcy Continuity Equation", *Producers Monthly* (ottobre 1967), pagg. 25-28.
8. Harris, M.H.: "The Effect of Perforating on Well Productivity", *J.Pet.Tech.* (aprile 1966), pagg. 518-528; *Trans.*, AIME, 237.
9. Nisle, R.G.: "The Effect of Partial Penetration on Pressure Buildup in Oil Wells", *Trans.*, AIME (1958), pagg. 85-90.
10. van Everdingen, A.F.: "The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well", *Trans.*, AIME (1953), pagg. 171-176.
11. van Everdingen, A.F. e Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs" *Trans.*, AIME (1949), pagg. 305-324.

ESERCIZI

Esercizio 5.1

Un pozzo ad olio viene messo in produzione con una portata $q_o = 300 \text{ m}^3/\text{g}$, misurata in condizioni standard.

I parametri di giacimento sono:

- spessore	: $h = 20 \text{ m}$
- porosità	: $\phi = 0,25$
- permeabilità	: $k = 350 \text{ md}$
- saturazione in acqua	: $S_{w0} = 0,15$
- saturazione in gas	: $S_{g0} = 0,00$
- raggio del pozzo	: $r_w = 6''$
- pressione statica	: $p_i = 250 \text{ kg/cm}^2$

I parametri termodinamici dei fluidi di strato sono :

- fattore di volume dell'olio	: $B_o = 1,8$
- viscosità dell'olio in giacimento	: $\mu_o = 0,5 \text{ cP}$
- comprimibilità dell'olio	: $c_o = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$
- comprimibilità dell'acqua	: $c_w = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kg}$

Si ha inoltre:

comprimibilità dei pori	: $c_f = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$
-------------------------	--

Calcolare il tempo a partire dal quale è accettabile l'approssimazione

$$e^x \approx 1 + x \quad \dots (5.31c)$$

per il calcolo della pressione in pozzo, nonché ad una distanza r dal pozzo di 50; 100 e 200 m.

Calcolare inoltre l'andamento della pressione di fondo-pozzo durante la prima giornata di erogazione nell'ipotesi di assenza di skin e di interferenza da parte di altri pozzi.

Soluzione

Come illustrato al Cap. 5.6.1.1., l'approssimazione logaritmica dell'integrale esponenziale, di cui alla 5.31c, è accettabile solo se $x < 0,01$, essendo x l'argomento della funzione "integrale esponenziale".

Nel nostro caso è:

$$x = \frac{\phi \mu_o c_t r^2}{4 k t}$$

e quindi la condizione di validità della 5.31c è

$$\frac{\phi \mu_o c_t r^2}{4 k t} < 0,01$$

o anche:

$$t > 25 \frac{\phi \mu_o c_t r^2}{k}$$

In tale equazione tutte le grandezze sono espresse in unità SI. Passando ad unità metriche pratiche si ha:

$$t \text{ (min)} \times 60 > 25 \frac{\phi [\mu_o \text{ (cP)} \cdot 10^{-3}] \left[\frac{c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)}}{9,80665 \cdot 10^4} \right] r^2 \text{ (m}^2\text{)}}{k \text{ (md)} \times 9,86923 \cdot 10^{-16}}$$

cioè: $t \text{ (min)} > 4,305 \cdot 10^6 \frac{\phi \mu_o \text{ (cP)} c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)} r^2 \text{ (m}^2\text{)}}{k \text{ (md)}}$

Nel nostro caso è (Eq. 5.5c):

$$\begin{aligned} c_t &= c_o S_o + c_w S_{iw} + c_f \\ &= 2,5 \cdot 10^{-4} (1 - 0,15) + 3,0 \cdot 10^{-5} \times 0,15 + 1,4 \cdot 10^{-4} = \\ &= 3,57 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2\text{/kg} \end{aligned}$$

e quindi: $t \text{ (min)} > 4,305 \cdot 10^6 \frac{0,25 \times 0,5 \times 3,57 \cdot 10^{-4} \cdot r^2 \text{ (m}^2\text{)}}{350}$

cioè: $t \text{ (min)} > 0,549 r^2 \text{ (m}^2\text{)}$

Essendo: $r_w = 6'' = 0,1524 \text{ m}$

l'approssimazione logaritmica dell'integrale esponenziale sarà accettabile a partire dai seguenti tempi:

r (m)	t (min)	
0,1524 = r_w	$1,3 \cdot 10^{-2}$	= 0,76"
50	1373	≅ 1 giorno
100	5490	≅ 4 giorni
200	21960	≅ 15 giorni

Per il calcolo della pressione di fondo in erogazione (in assenza di skin e di interferenza, e nell'ipotesi di flusso in regime transitorio) si impiega la 5.33b

$$P_{wf} = p_i - \frac{q \mu_o}{4\pi k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 \right)$$

Passando da unità SI ad unità metriche pratiche si ha:

$$\begin{aligned} &\frac{k \text{ (m}^2\text{)} \cdot t \text{ (s)}}{\phi \mu_o \text{ (Pa} \cdot \text{s)} c_t \text{ (Pa}^{-1}\text{)} r_w^2 \text{ (m}^2\text{)}} = \\ &= \frac{[k \text{ (md)} \times 9,869233 \cdot 10^{-16}] \times [t \text{ (min)} \times 60]}{\phi [\mu_o \text{ (cP)} \cdot 10^{-3}] \left[\frac{c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)}}{9,80665 \cdot 10^4} \right] r_w^2 \text{ (m}^2\text{)}} = \\ &= 5,807 \cdot 10^{-6} \frac{k \text{ (md)} t \text{ (min)}}{\phi \mu_o \text{ (cP)} \cdot c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)} \cdot r_w^2 \text{ (m}^2\text{)}} \end{aligned}$$

Inoltre:

$$\frac{q \text{ (m}^3\text{/s)} \mu_o \text{ (Pa} \cdot \text{s)}}{4\pi k \text{ (m}^2\text{)} h \text{ (m)}} = \frac{\left[\frac{q \text{ (m}^3\text{/g)}}{86.400} \right] \left[\mu_o \text{ (cP)} \cdot 10^{-3} \right]}{4\pi \left[k \text{ (md)} \times 9,869233 \cdot 10^{-16} \right] \left[h \text{ (m)} \right]} =$$

$$= 933.240 \frac{q \text{ (m}^3\text{/g)} \mu_o \text{ (cP)}}{k \text{ (md)} h \text{ (m)}}$$

Ricordando poi l'equivalenza:

$$1 \text{ kg/cm}^2 = 9,80665 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

la 5.33 diviene:

$$p_{wf} \text{ (kg/cm}^2\text{)} = p_i \text{ (kg/cm}^2\text{)} - 9,516 \frac{q_o \text{ (m}^3\text{/g)} B_o \mu_o \text{ (cP)}}{k \text{ (md)} h \text{ (m)}} \times$$

$$\times \left(\ln 5,807 \cdot 10^{-6} \frac{k \text{ (md)} t \text{ (min)}}{\phi \mu_o \text{ (cP)} c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)} r_w^2 \text{ (m}^2\text{)}} + 0,809 \right)$$

avendo introdotto il fattore di volume dell'olio, B_o , per passare dalle condizioni di superficie a quelle di giacimento. Con semplici passaggi l'equazione precedente diviene:

$$p_{wf} = p_i - 21,912 \frac{q B_o \mu_o}{k h} \left[\log \frac{k t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} - 4,885 \right]$$

avendo sostituito al logaritmo naturale il logaritmo in base 10.

Nel caso del pozzo in esame avremo:

$$p_{wf} = 250 - 21,912 \frac{300 \times 1,8 \times 0,5}{350 \times 20} \left[\log \frac{350 \cdot t}{0,25 \times 0,5 \times 3,57 \cdot 10^{-4} \times 0,1524^2} - 4,885 \right]$$

Cioé:

$$p_{wf} \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 250 - 0,8451 \left[\log (3,38 \cdot 10^8 t) - 4,885 \right]$$

Si ha quindi:

t	p_{wf} (kg/cm ²)
1'	246,92
10'	246,08
30'	245,67
1 h	245,42
3 h	245,01
6 h	244,76
12 h	244,51
18 h	244,36
24 h	244,25

Esercizio 5.2

A 200 m di distanza dal pozzo di cui all'esercizio 5.1 viene perforato un altro pozzo.

In base alla ricostruzione geologica esistono dubbi se il giacimento sia continuo o meno nella zona fra i due pozzi, esistendo la possibilità che una faglia interrompa la continuità idraulica nell'area interpozzo.

Si decide pertanto di eseguire una prova di produzione prolungata nel pozzo di cui all'esercizio 5.1, con portata 300 m³/g, e di registrare la pressione statica al fondo dell'altro pozzo, mantenuto chiuso, in modo da determinare se il disturbo di pressione provocato dalla produzione si propaga fino al pozzo appena perforato, ed esiste quindi continuità idraulica fra i due pozzi.

Supponendo che il registratore di pressione a fondo-pozzo permetta di apprezzare con sicurezza un Δp di 0,2 kg/cm², e che le caratteristiche petrofisiche della roccia-serbatoio nella zona interpozzo si mantengano costanti, valutare per quanto tempo si deve protrarre l'erogazione per determinare se esiste continuità idraulica fra i due pozzi.

Soluzione

Dalla 5.30:

$$\frac{4\pi k h}{q \mu_o} [p_i - p(r, t)] = \int_x^{\infty} \frac{e^{-s}}{s} ds = ei(x)$$

si ha, passando dal sistema SI al sistema metrico pratico:

$$\frac{4\pi [k \text{ (md)} \times 9,869233 \cdot 10^{-16}] h \text{ (m)}}{q \text{ (m}^3\text{/g)} B_o \left[\mu_o \text{ (cP)} \cdot 10^{-3} \right]} [p_i - p(r, t)] \left(\text{kg/cm}^2 \right) \cdot 9,80665 \cdot 10^4 = ei(x)$$

cioè:

$$0,1051 \frac{k \text{ (md)} h \text{ (m)}}{q \text{ (m}^3\text{/g)} B_o \mu_o \text{ (cP)}} [p_i - p(r, t)] \left(\text{kg/cm}^2 \right) = ei(x)$$

Si vuole apprezzare un abbassamento di pressione di 0,2 kg/cm² in un pozzo ad una distanza $r = 200$ m dal pozzo produttore.

Pertanto:

$$p_i - p(200, t) = 0,2 \text{ kg/cm}^2$$

da cui, con i dati dell'Esercizio 5.1:

$$ei(x) = 0,1051 \frac{350 \times 20}{300 \times 1,8 \times 0,5} \cdot 0,2 = 0,545$$

Da Fig. 5.5 si ha:

$$\text{per } ei(x) = 0,545$$

$$x = 0,51$$

Essendo (Eq. 5.22a)

$$s = x = \frac{\phi \mu_o c_t r^2}{4 k t}$$

o anche, nel sistema metrico pratico:

$$x = \frac{\phi [\mu_o \text{ (cP)} \cdot 10^{-3}] \left[\frac{c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)}}{9,80665 \cdot 10^4} \right] r^2 \text{ (m}^2\text{)}}{4 [k \text{ (md)} \times 9,869233 \cdot 10^{-16}] [t \text{ (min)} \times 60]} =$$

$$= 43.051 \frac{\phi \mu_o \text{ (cP)} c_t \text{ (cm}^2\text{/kg)} r^2 \text{ (m}^2\text{)}}{k \text{ (md)} t \text{ (min)}}$$

si ha: $x = 0,51 = 43.051 \frac{0,25 \times 0,5 \times 3,57 \cdot 10^{-4} \times 200^2}{350 t \text{ (min)}}$

Da cui: $t = 430' \cong 7 \text{ ore}$

Pertanto, se esiste continuità idraulica fra i due pozzi attraverso lo strato mineralizzato, si dovrà apprezzare una diminuzione di pressione misurabile (e comunque superiore all'errore strumentale) nel pozzo chiuso dopo un tempo di erogazione certamente inferiore alle 12 ore.

Con riferimento all'Esercizio 5.1, si osservi che tale tempo è nettamente inferiore a quello (circa 15 giorni) per il quale è ammissibile sostituire all'esponenziale integrale la funzione logaritmica.

Se pertanto, al posto della 5.30, si fosse scritto:

$$\frac{4\pi k h}{q \mu_o} [p_i - p(r, t)] = \ln \frac{k t}{\phi \mu_o c_t r^2} + 0,809$$

si sarebbe calcolato un valore errato di t.



Esercizio 5.3

Un giacimento è stato sviluppato con un reticolo regolare di pozzi avente maglia elementare rettangolare di lati rispettivamente 100 m e 400 m, con un pozzo al centro di ciascuna maglia.

Pertanto, l'area di drenaggio di ogni pozzo è costituita da un rettangolo di (100 × 400) m², con pozzo al centro,

L'olio di giacimento ha le seguenti caratteristiche:

- pressione di bolla : $p_b = 100 \text{ kg/cm}^2$
- fattore di volume alla pressione media attuale : $B_o = 1,15$
- viscosità alla pressione media attuale : $\mu_o = 35 \text{ cP}$

Si è sottoposto a prova di produzione un pozzo tubato con casing di diametro 9 5/8" che attraversa totalmente lo strato. In corrispondenza del pozzo le caratteristiche dello strato sono:

- spessore : $h = 120 \text{ m}$
- permeabilità : $k = 850 \text{ md}$

La roccia-serbatoio nelle vicinanze del pozzo risulta essere danneggiata da filtrato del fango fino ad una distanza di 1 m dal pozzo, con permeabilità della zona danneggiata ridotta a $k_s = 200 \text{ md}$.

La prova, che è stata eseguita in regime pseudo-stazionario, ha dato i seguenti risultati:

- portata di olio : $q_o = 150 \text{ m}^3/\text{g}$ in condizioni standard
- pressione a fondo-pozzo in erogazione : $p_{wf} = 185 \text{ kg/cm}^2$

Calcolare l'indice di produttività, PI, il fattore di completamento, CF, ed il rapporto di danneggiamento, F_S .

Soluzione

Si osserva innanzitutto che la pressione di fondo-pozzo flowing è superiore alla pressione di bolla: pertanto in giacimento si ha flusso di solo olio sottosaturato.

Il termine di effetto pellicolare, S, è dato da (Eq. 5.38b):

$$S = \frac{k - k_s}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_w}$$

Essendo $r_w = \frac{1}{2} \left(9 \frac{5}{8}'' \right) = 0,122 \text{ m}$

avremo: $S = \frac{850 - 200}{200} \ln \frac{1}{0,122} = 6,84$

Esprimendo la portata alle condizioni di giacimento, dall'Eq. 5.47 abbiamo:

$$\bar{p} - p_{wf} = \frac{q B_o \mu_o}{4\pi k h} \left[\ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,809 + 2 S \right]$$

e passando da unità SI ad unità del sistema metrico pratico:

$$\begin{aligned} & \left[\bar{p} - p_{wf} \right] \left(\text{kg/cm}^2 \right) \times 9,80665 \cdot 10^4 = \\ & = \frac{q \left(\text{m}^3/\text{g} \right)}{86,400} B_o \left[\mu_o \left(\text{cP} \right) \cdot 10^{-3} \right] \left[\ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,809 + 2 S \right] \\ & \quad 4\pi \left[k \left(\text{md} \right) \times 9,869233 \cdot 10^{-16} \right] h \left(\text{m} \right) \end{aligned}$$

o anche:

$$\begin{aligned} & \left[\bar{p} - p_{wf} \right] \left(\text{kg/cm}^2 \right) = \\ & = 21,912 \frac{q \left(\text{m}^3/\text{g} \right) B_o \mu_o \left(\text{cP} \right)}{k \left(\text{md} \right) h \left(\text{m} \right)} \left[\log \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,35134 + 0,869 S \right] \end{aligned}$$

avendo sostituito il logaritmo naturale col logaritmo in base 10.

Per la geometria dell'area di drenaggio in esame (rapporto 4:1 dei lati del rettangolo costituente l'area di drenaggio, pozzo al centro) dalla Fig. 5.7 si ha:

$$C_A = 5,379$$

Avremo pertanto:

$$\bar{p} - p_{wf} = 21,912 \frac{150 \times 1,15 \times 35}{850 \times 120} \left[\log \frac{400 \times 100}{5,379 \times 0,122^2} + 0,35134 + 0,869 \times 6,84 \right] = 15,56 \text{ kg/cm}^2$$

e di conseguenza:

pressione media nell'area di drenaggio:

$$\begin{aligned} \bar{p} &= p_{wf} + 15,56 = 185 + 15,56 \\ &= 200,56 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

La caduta di pressione dovuta a skin effect, Δp_s , è data dalla 5.37 che, in unità del sistema metrico pratico, assume la forma:

$$\Delta p_s \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 19,033 \frac{q \text{ (m}^3\text{/g)} B_o \mu_o \text{ (cp)} S}{k \text{ (md)} h \text{ (m)}}$$

e quindi, nel nostro caso:

$$\Delta p_s = 19,033 \frac{150 \times 1,15 \times 35}{850 \times 120} 6,84 = 7,71 \text{ kg/cm}^2$$

Concludendo, si avrà pertanto:

$$\text{Indice di produttività: } J = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}} = \frac{150}{15,56} = 9,64 \frac{\text{m}^3}{\text{g} \times \text{kg/cm}^2}$$

$$\text{Fattore di completamento: } CF = 1 - \frac{\Delta p_s}{\bar{p} - p_{wf}} = 1 - \frac{7,71}{15,56} = 50,4\%$$

$$\text{Rapporto di danneggiamento: } F_s = 1 - CF = 49,6\%$$

Si osserva che eliminando il danneggiamento (ad es., mediante lavaggio con soluzione di tensioattivi del volume di roccia attorno al pozzo) si può quasi raddoppiare il PI, e quindi, a pari pressione di fondo-pozzo in erogazione, raddoppiare la portata.

6. L'interpretazione delle prove di produzione nei pozzi ad olio

6.1. Introduzione

I dati ottenuti nel corso delle prove di produzione di un pozzo rappresentano, se correttamente interpretati, la più importante fonte di informazione circa la geometria di flusso e le caratteristiche *dinamiche* (permeabilità effettiva) della roccia-serbatoio nell'area di drenaggio del pozzo, nonché circa la pressione media nell'area di drenaggio stessa.

Tali dati permettono inoltre di valutare l'entità dell'eventuale danneggiamento di permeabilità nella zona circostante il pozzo (skin effect da filtrato del fango e/o da fluidi di completamento) e di programmare, di conseguenza, le azioni da intraprendere per eliminare tale danneggiamento, aumentando quindi la capacità erogativa del pozzo.

È necessario far rilevare che i risultati che si ottengono dall'interpretazione delle prove di produzione si riferiscono alla roccia-serbatoio *in toto* nell'area investigata dalla prova, nelle condizioni locali di sollecitazione geostatica e con flusso del fluido reale di giacimento. Solo in casi molto particolari è possibile ricavare da un insieme di prove di produzione eseguite a profondità diverse nello stesso pozzo informazioni circa la distribuzione di permeabilità lungo lo spessore del pay.

In termini di teoria dei sistemi, una prova di produzione equivale alla determinazione della risposta di un sistema (l'insieme pozzo + roccia serbatoio + fluido di giacimento) ad un segnale in ingresso [la portata $q(t)$ imposta] cui corrisponde un segnale in uscita [la pressione $p_{wf}(t)$ a fondo-pozzo].

Dall'andamento di $p_{wf}(t)$ in funzione di $q(t)$ ci si prefigge di calcolare la funzione di trasferimento $p_D(t_D)$ del sistema nonché, possibilmente in maniera univoca, il valore delle costanti caratteristiche (k , S) e delle condizioni iniziali (p_i) del sistema.

6.2. Misura delle portate e delle pressioni

Le misure di portata vengono eseguite con le tecniche convenzionali di campo. I fluidi erogati vengono fatti passare in un separatore di prova a pressione e temperatura costanti, ed il gas e l'olio (più, eventualmente, l'acqua) in uscita dal separatore vengono misurati con contatori volumetrici o flange tarate (in quest'ultimo caso si misura direttamente la portata).

L'olio a pressione atmosferica viene poi inviato in serbatoi verticali a sezione costante, e la portata di olio viene controllata misurando periodicamente l'altezza del battente d'olio nel serbatoio in funzione del tempo.

Le misure di pressione a fondo-pozzo vengono eseguite con strumenti di diverso tipo. Ancora oggi si continua ad impiegare strumenti di tipo puramente meccanico (Amerada, Kuster), caratterizzati da grande semplicità d'uso e robustezza. Tali strumenti vengono calati a fondo-pozzo mediante cavetto d'acciaio ed argano, e la pressione viene registrata al loro interno mediante uno stilo collegato ad un estremo di un manometro Bourdon, che incide una traccia sulla superficie di un cilindro, opportunamente preparata, che si muove a velocità costante (Fig. 6.1).

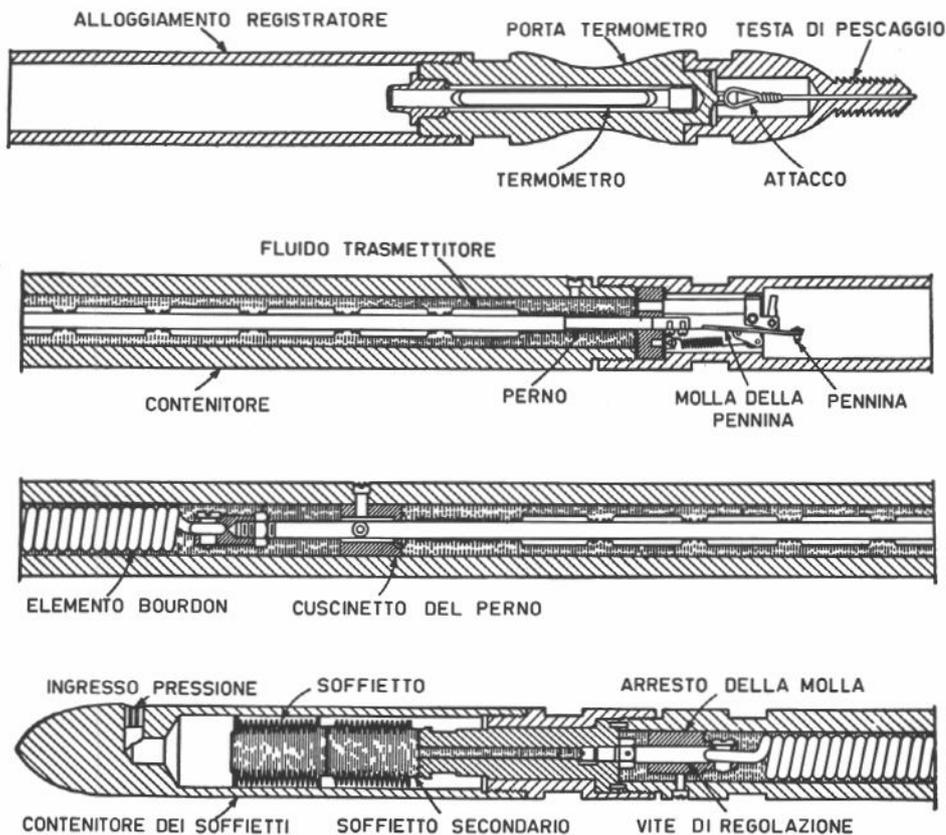


Fig. 6.1 - Sezione schematica di apparecchiatura "Amerada" per misure di pressione in pozzo.

La lettura della deflessione in funzione del tempo della traccia, provocata dalle variazioni di pressione, viene poi eseguita in superficie mediante micrometro ottico.

Se accuratamente tarati, questi strumenti possono raggiungere una precisione dello 0,2%.

Dalla metà degli anni '70 sono entrati nell'uso corrente registratori di fondo-pozzo con trasmissione in tempo reale del valore di pressione in superficie, mediante cavo a più conduttori.

L'elemento sensibile di tali registratori può essere di tipo resistivo (strain gage) o capacitativo, o costituito da un transistor ad effetto di campo, o anche da un quarzo

piezoelettrico (manometri Flopetrol-Johnson, Geoservices, Sperry Sun, GRR, Lynes). La precisione di misura può raggiungere lo 0,05%.

Questi tipi di strumenti hanno il grande vantaggio di permettere di osservare l'andamento della pressione di fondo in corso di prova, e quindi di intervenire modificando le condizioni operative (portate, tempi). All'incontro, essi sono più delicati dei registratori di fondo puramente meccanici e richiedono l'uso di un cavo a più conduttori calato in pozzo, con maggiori problemi di tenuta in superficie, trasporto dell'attrezzatura al pozzo, nonché costo.

6.3. Il problema della non-univocità

Consideriamo in un primo momento, per semplicità, una prova di produzione a portata costante q_{sc} misurata in condizioni di superficie (e quindi a portata $q_{sc} B_o$ in condizioni di giacimento). Supponiamo poi, sempre per semplicità di trattazione, che il giacimento sia inizialmente a pressione uniforme p_i e che nessun altro pozzo sia in produzione al momento.

Dalla 5.16, tenendo conto anche dell'esistenza di uno skin effect S e scrivendo per comodità p_D anziché p_{Dw} , abbiamo:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_i - p_{wf}(t) \right] = p_D(t_D) + S \quad \dots (6.1)$$

$$\text{ove:} \quad t_D = \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} t \quad \dots (5.14b)$$

La 6.1 contiene, di fatto, 3 incognite: k_o , S e la funzione $p_D(t_D)$, supponendo note B_o , μ_o (Cap. 2) e c_t , ϕ (Cap. 3).

Finché permangono condizioni di flusso transitorio (e cioè fino a quando il disturbo di pressione non ha raggiunto il bordo esterno del giacimento) si può scrivere, come noto:

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0,809 \right) \quad \dots (5.33a)$$

$$\begin{aligned} \text{e quindi:} \quad \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_i - p_{wf}(t) \right] &= \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0,809 + 2 S \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\ln t + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (6.2) \end{aligned}$$

$$\text{da cui:} \quad - \frac{dp_{wf}}{d \ln t} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.3)$$

La 6.3. ci fornisce due importanti informazioni:

1. finché il flusso nell'area di drenaggio del pozzo si mantiene in regime transitorio, il diagramma $p_{wf} = f(\ln t)$ ha andamento rettilineo (Fig. 6.2),

2. dalla pendenza m del tratto rettilineo del diagramma è possibile calcolare $k_o h / \mu_o$, e quindi k_o .

Una volta noto k_o , il calcolo di S dalla 6.2 è immediato.

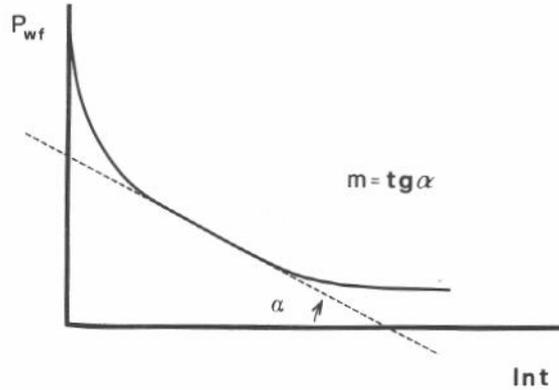


Fig. 6.2 - Andamento della pressione a fondo-pozzo in erogazione durante il transitorio ed il tardo-transitorio.

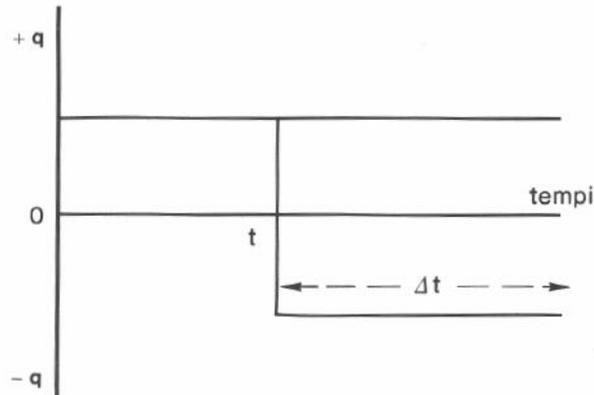


Fig. 6.3 - Simulazione della chiusura del pozzo mediante la sovrapposizione di una portata negativa.

Supponiamo ora che al tempo t la portata del pozzo venga variata: in particolare, supponiamo che il pozzo venga chiuso. Ciò equivale a sovrapporre alla portata costante $+ q_{sc} B_o$ una portata negativa $- q_{sc} B_o$ (Fig. 6.3) a partire dal tempo t .

Per il teorema di sovrapposizione (Cap. 5.7), indicando con $p_{ws}(\Delta t)$ la pressione a fondo-pozzo ad un tempo Δt dopo la chiusura, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] &= p_D(t_D + \Delta t_D) + S - [p_D(\Delta t_D) + S] = \\ &= p_D(t_D + \Delta t_D) - p_D(\Delta t_D) \end{aligned} \quad \dots (6.4)$$

Se, fino a tutto il tempo $(t + \Delta t)$ il flusso nell'area di drenaggio del pozzo si è mantenuto in regime transitorio, si può applicare la 5.33a e scrivere:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] = \frac{1}{2} \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \quad \dots (6.5)$$

da cui:

$$\frac{dp_{ws}}{d \left[\ln \frac{\Delta t}{t + \Delta t} \right]} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.6)$$

con le considerazioni già sopra fatte per quanto riguarda il calcolo di k_o .

Ma il vero problema risiede nel fatto che *non si ha alcuna prova né indicazione che il flusso in giacimento continui a permanere in regime transitorio anche dopo la chiusura del pozzo*.

In particolare poi, se il diagramma $p_{wf} = f(\ln t)$ indica che il transitorio era già terminato prima della chiusura del pozzo, è certo che la 6.5 non ha alcun senso.

In tal caso, indicando con t_{lim} il tempo massimo di esistenza del transitorio [limite superiore del tratto della retta $p_{wf} = f(\ln t)$] si ha, per $\Delta t_D < t_{D,lim}$:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] = p_D(t_D + \Delta t_D) - \frac{1}{2} (\ln \Delta t_D + 0,809) \quad \dots (6.7)$$

Per ogni funzione $p_D(t_D)$ che si assume per descrivere il flusso dopo il termine del transitorio (corrispondente a determinate ipotesi circa forma e dimensioni dell'area di drenaggio del pozzo) si ottiene una diversa soluzione della 6.7 in termini di parametri di giacimento (k, S).

È questo il problema della non-univocità dell'interpretazione delle prove di produzione, problema che, nell'atmosfera da "manuale del perfetto cuoco", di molti testi di ingegneria dei giacimenti, non viene quasi mai evocato.

È da notare che il problema esiste per qualsiasi prova di produzione in cui avvengano variazioni di portata nel corso della prova, e non soltanto nel caso, sopra trattato, di chiusura del pozzo e successiva risalita di pressione. In particolare, il problema esiste per quanto si riferisce all'interpretazione delle prove di declino di pressione con portata variabile nel tempo.

6.4 Calcolo delle curve $p_o(t_D)$ per geometria non circolare

Ritorniamo ora alla 6.4, che esprime l'andamento della pressione di fondo a pozzo chiuso, p_{ws} , in funzione del tempo Δt a partire dalla chiusura facendo ricorso alla funzione generalizzata $p_D(t_D)$, e pertanto senza alcuna ipotesi limitativa circa la geometria e le condizioni di flusso nell'area di drenaggio.

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) = p_D(t_D + \Delta t_D) - p_D(\Delta t_D) \quad \dots (6.4)$$

Ricordando che per piccoli valori di Δt_D (transitorio relativo alla portata fittizia $- q_{sc} B_o$ sovrapposta alla portata di erogazione $+ q_{sc} B_o$ per simulare la chiusura) si ha:

$$p_D(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln (\Delta t_D) + 0,809 \right] \quad \dots (6.8)$$

ed aggiungendo e sottraendo al termine di destra della 6.4 la quantità $\frac{1}{2} \ln (t_D + \Delta t_D)$, la 6.4 diviene:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) &= \frac{1}{2} \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} + p_D(t_D + \Delta t_D) - \\ &- \frac{1}{2} \left[\ln (t_D + \Delta t_D) + 0,809 \right] \quad \dots (6.9) \end{aligned}$$

Poiché $\Delta t_D \ll t_D$ si può scrivere, con buona approssimazione:

$$p_D(t_D + \Delta t_D) \cong p_D(t_D) \quad \dots (6.10a)$$

e $\ln (t_D + \Delta t_D) \cong \ln t_D \quad \dots (6.10b)$

con il che la 6.9 diviene:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) &= \frac{1}{2} \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} + p_D(t_D) - \\ &- \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0,809 \right] \quad \dots (6.11) \end{aligned}$$

La 6.11 è valida solo per piccoli valori di Δt ($\Delta t \ll t$), e perciò descrive solo la parte rettilinea iniziale AB della curva di risalita della pressione (Fig. 6.4).

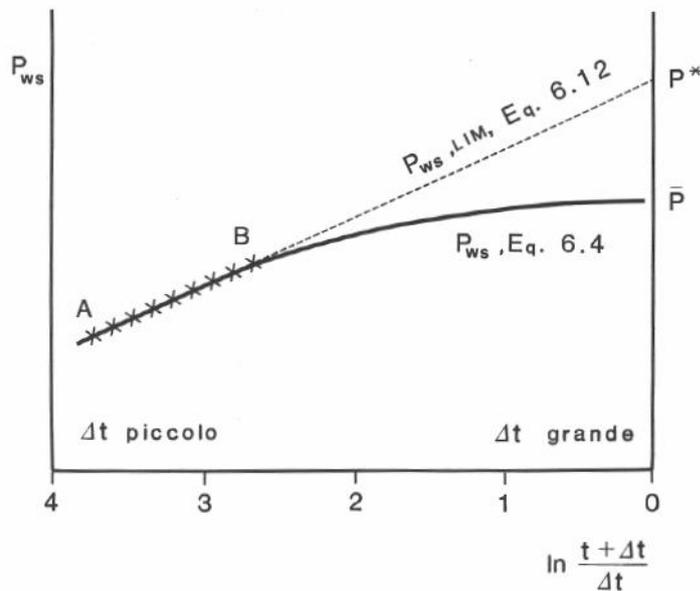


Fig. 6.4 - Risalita della pressione dopo erogazione in regime pseudo-stazionario. Significato del termine p^* .

Estrapoliamo ora la 6.11 ad un tempo infinito, e cioè al di là del suo campo di validità, ed indichiamo il valore (fittizio) della pressione di fondo a tempo infinito con p^* . Si noti che p^* è solamente una grandezza di comodo, senza significato fisico.

$$\text{Dato che: } \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} = 0 \quad \dots (6.12)$$

$$\text{si ha: } \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p^*) = p_D(t_D) - \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,809) \quad \dots (6.13)$$

Indicando con \bar{p} la pressione media nell'area di drenaggio del pozzo in condizioni di equilibrio (e cioè a tempo infinito dopo la chiusura), e ricordando che nel tempo t di erogazione si è prodotto un volume di olio $q_{sc} B_o t$, per semplice bilancio volumetrico si ha:

$$A h \phi c_t (p_i - \bar{p}) = q_{sc} B_o t \quad \dots (6.14)$$

essendo A l'area di drenaggio del pozzo.

Moltiplicando entrambi i membri della 6.14 per $2\pi k_o/\mu_o$ si ottiene:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - \bar{p}) = 2\pi \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t = 2\pi t_{DA} \quad \dots (6.15)$$

avendo indicato con t_{DA} il tempo adimensionale riferito all'area di drenaggio A del pozzo, indipendentemente dalla sua forma.

$$t_{DA} = \frac{k}{\phi \mu c_t A} t \quad \dots (6.16)$$

Ricordiamo che è, invece:

$$t_D = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} t \quad \dots (5.14b)$$

Sottraendo la 6.13 dalla 6.15 si ha:

$$\frac{4\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p^* - \bar{p}) = 4\pi t_{DA} + \ln t_D - 2 p_D(t_D) + 0,809 \quad \dots (6.17)$$

Il termine $(p^* - \bar{p})$ rappresenta la differenza (Fig. 6.4) fra la pressione media che si avrebbe in giacimento, al termine della prova di produzione, se l'area di drenaggio avesse raggio infinito (in tal caso tutta la risalita di pressione avverrebbe in transitorio) e la reale pressione media nell'area di drenaggio del pozzo, una volta raggiunto l'equilibrio ($p = \bar{p} = \text{cost.}$ in tutta l'area di drenaggio).

Si noti che tutti i termini della 6.17 sono espressi in grandezze adimensionali. Porremo, per comodità:

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \frac{4\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p^* - \bar{p}) \quad \dots (6.18)$$

Essendo (Eq. 6.16 e 5.14b):

$$t_D = t_{DA} \frac{A}{r_w^2} \quad \dots (6.19a)$$

e quindi $\ln t_D = \ln t_{DA} + \ln \frac{A}{r_w^2} \quad \dots (6.19b)$

dalla 6.17 si ha: $p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} - \frac{1}{2} p_{D(MBH)}(t_{DA}) +$
 $+ \frac{1}{2} \ln \frac{A}{r_w^2} + 0,405 \quad \dots (6.20)$

La 6.20, dovuta a Cobb e Dowdle⁴, è estremamente importante, in quanto permette di calcolare la $p_D(t_{DA})$ per una qualsiasi geometria ed estensione areale dell'area di drenaggio del pozzo, una volta nota la funzione $p_{D(MBH)}(t_{DA})$ per la stessa geometria.

I valori di $p_{D(MBH)}(t_{DA})$ sono stati calcolati per un grande numero di geometrie da Matthews, Brons e Hazebroek^{17,18} impiegando il metodo delle immagini. Tale metodo, molto utilizzato nello studio dei campi di potenziale, si basa sull'applicazione del teorema di sovrapposizione: per i dettagli rimandiamo alla pubblicazione originale,¹⁸ citata in bibliografia alla fine di questo capitolo.

Diagrammi di $p_{D(MBH)}(t_{DA})$ per geometrie diverse (circolare, esagonale, quadrata, romboidale, a triangolo equilatero e rettangolo, tutte con pozzo nel baricentro, nonché quadrata e rettangolare con pozzo non centrato) sono riportate nelle Fig. 6.5 a 6.11.

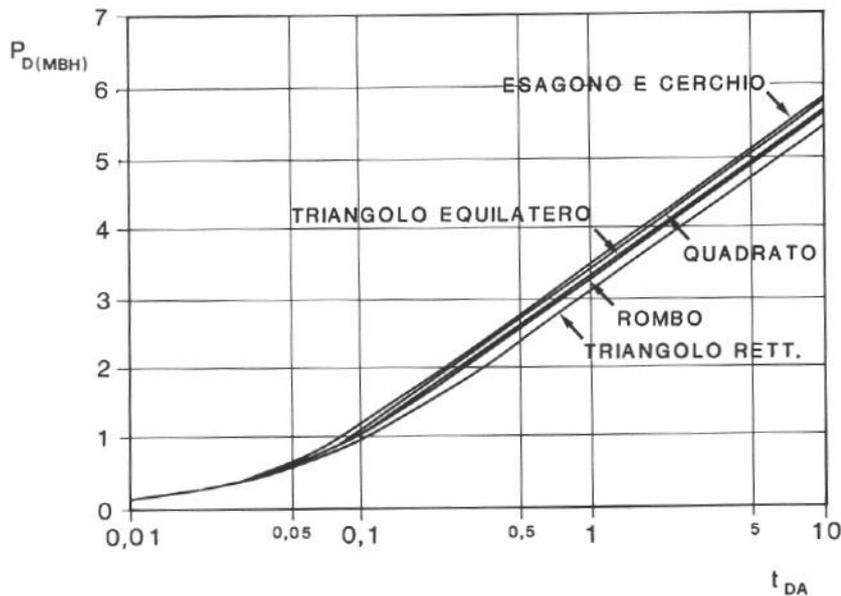


Fig. 6.5 - $p_{D(MBH)} = f(t_{DA})$ per diverse geometrie dell'area di drenaggio.
 Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

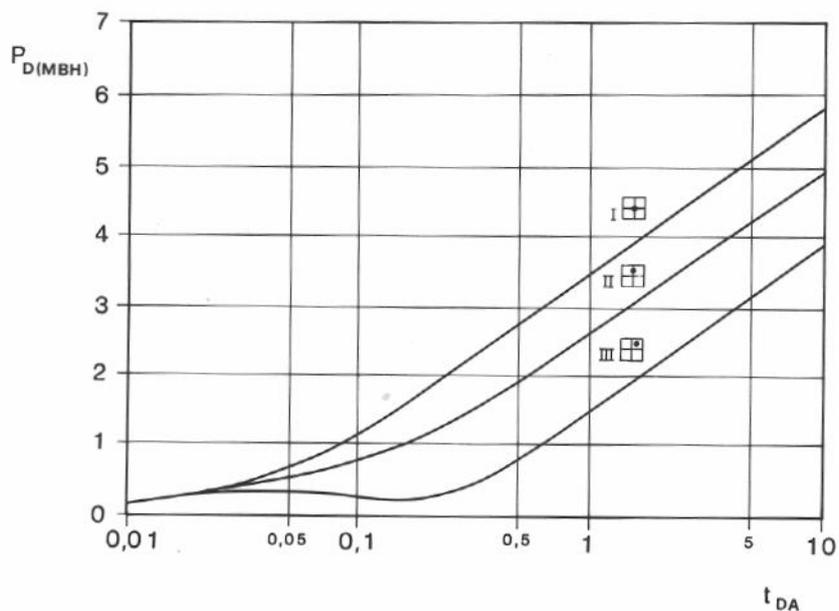


Fig. 6.6 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo in diverse posizioni all'interno di un'area di drenaggio quadrata. Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

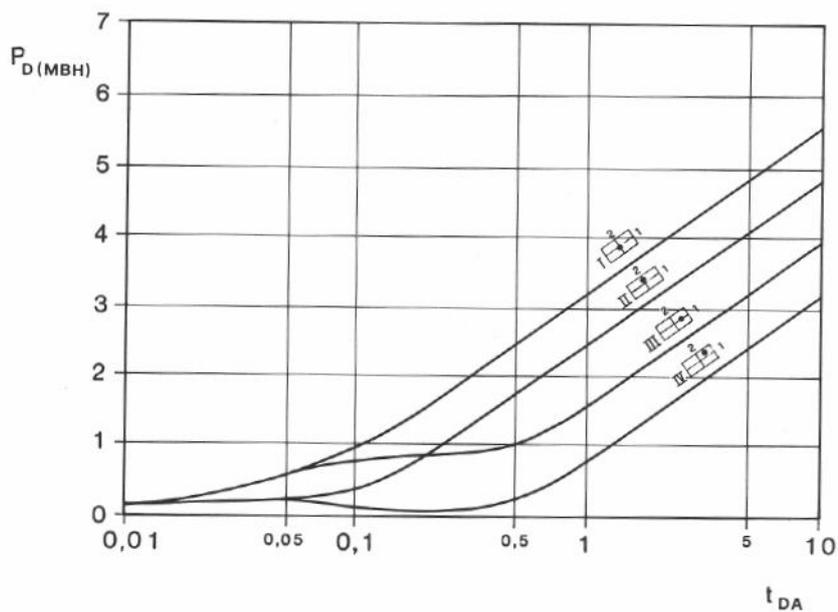


Fig. 6.7 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo in diverse posizioni all'interno di un'area di drenaggio rettangolare con rapporto dei lati 2:1. Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

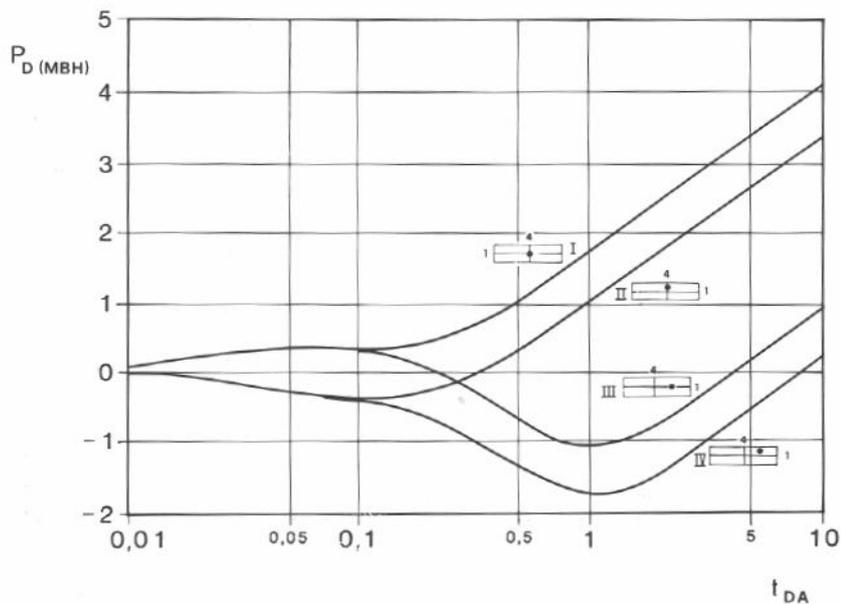


Fig. 6.8 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo in diverse posizioni all'interno di un'area di drenaggio rettangolare con rapporto dei lati 4:1. Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

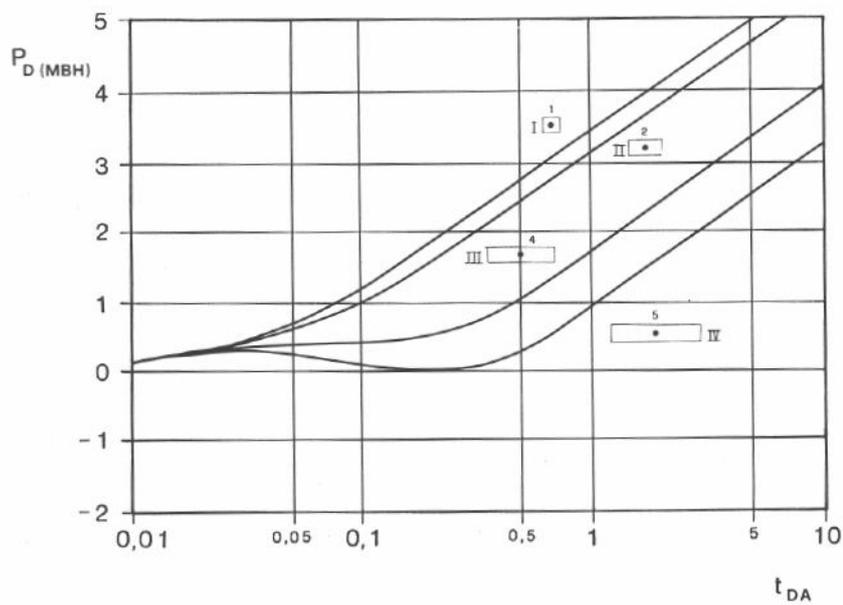


Fig. 6.9 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo al centro di un rettangolo con diversi rapporti fra le lunghezze dei lati. Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

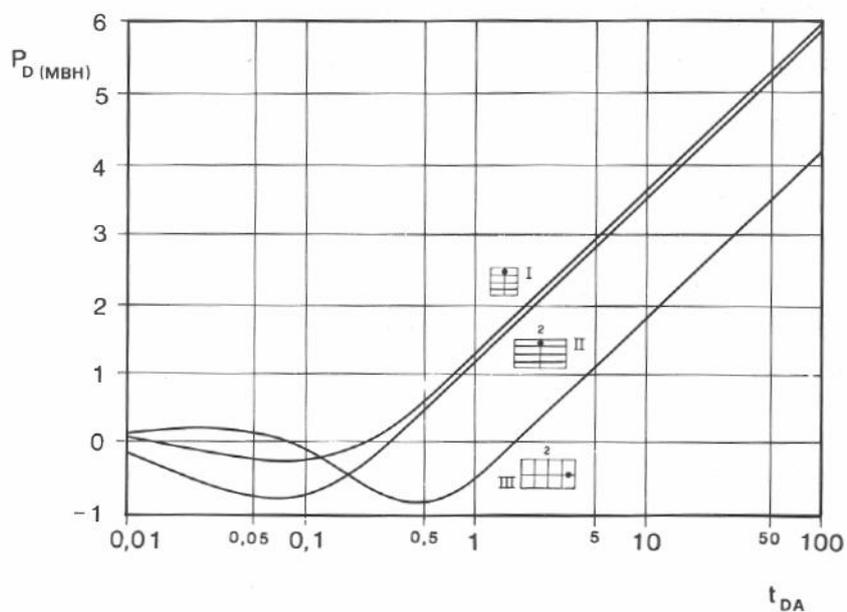


Fig. 6.10 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo in un'area di drenaggio quadrata o rettangolare, con distanza dal bordo $1/8$ del lato (caso I) o della dimensione minore (caso II) o maggiore (caso III).
Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

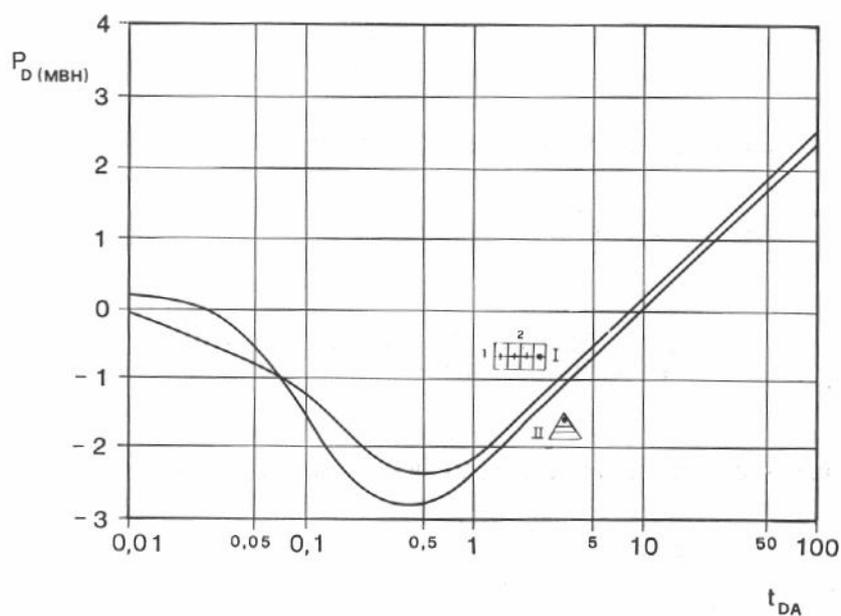


Fig. 6.11 - $p_D(\text{MBH}) = f(t_{DA})$ per un pozzo distante $1/8$ del lato maggiore dal bordo di un'area di drenaggio rettangolare (rapporto dei lati 2:1) e per un pozzo distante $1/6$ dell'altezza dal vertice di un'area di drenaggio triangolare equilatera. Da Ref. 18, con autorizzazione SPE.

In pratica, per calcolare la curva $p_D(t_{DA})$ per una geometria data ed un'estensione A dell'area di drenaggio si opera come segue:

1. dalla pendenza m del tratto rettilineo (in transitorio) della curva $p_{wf} = f(\ln t)$, nel caso della curva di declino della pressione, o della curva $p_{ws} = f\left(\ln \frac{\Delta t}{t + \Delta t}\right)$, nel caso della curva di risalita della pressione, si calcola (Eq. 6.3 o 6.6) k_o/μ_o .
2. conoscendo A , ϕ e c_t si calcola la costante $(k_o/\phi \mu_o c_t A)$ di passaggio da tempi reali, t , a tempi adimensionali, t_{DA} .
3. per ogni valore di t (e quindi di t_{DA}) si legge, sul diagramma di Matthews, Brons e Hazebroek corrispondente alla geometria voluta, il valore di $p_{D(MBH)}(t_{DA})$.
4. il calcolo di $p_D(t_{DA})$ in base alla 6.20, e quindi la costruzione della relativa curva, è ora immediato.

Una volta raggiunte condizioni di flusso pseudo-stazionario nell'area di drenaggio, si ha¹⁷:

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \ln \left(C_A t_{DA} \right) \quad \dots (6.21)$$

Il valore di t_{DA} a partire dal quale è valida la 6.21, ed il corrispondente valore di C_A , sono riportati, per ogni geometria studiata da Matthews, Brons e Hazebroek, in Fig. 5.7. —

Dalle 6.20 e 6.21 si ha, per flusso in regime pseudo-stazionario:

$$p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,405 \quad \dots (6.22)$$

o anche, passando a grandezze dimensionali ed introducendo il fattore di skin S :

$$p_i - p_{wf} = \frac{q_{sc} B_o}{A h \phi c_t} t + \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left[\ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,809 + 2 S \right] \quad \dots (6.23)$$

da cui, come ci si poteva attendere per semplice bilancio volumetrico:

$$-\frac{dp_{wf}}{dt} = \frac{q_{sc} B_o}{A h \phi c_t} \quad \dots (6.24)$$

La 6.22 (o 6.23) è molto utile per l'estrapolazione della curva $p_{wf}(t)$ al di là del tempo di permanenza del sistema in regime transitorio, in particolare in fase di interpretazione delle curve di risalita della pressione.

6.5. Interpretazione della curva di declino della pressione (pressure drawdown test)

6.5.1. Generalità

Una prova di declino della pressione a fondo pozzo in funzione del tempo, con pozzo in produzione, dovrebbe essere condotta, in condizioni ideali, partendo da giacimento in condizioni statiche (almeno nell'area di drenaggio del pozzo), e quindi a pressione uniforme al tempo $t = 0$ di apertura del pozzo.

Gli obiettivi di una prova di declino della pressione sono, comunemente:

- determinazione della permeabilità effettiva media nell'area di drenaggio del pozzo,
- determinazione del fattore di skin, S ,
- valutazione approssimativa del volume di olio contenuto nell'area di drenaggio del pozzo.

I migliori candidati all'esecuzione di prove di declino della pressione sono:

- pozzi appena completati, in una zona del giacimento non ancora messa in produzione,
- pozzi che sono stati chiusi per un tempo sufficientemente lungo, cosicché la pressione nell'area di drenaggio si sia stabilizzata,
- pozzi che non possono essere chiusi o per ragioni meccaniche, o perché la chiusura comporterebbe una perdita di produzione (e quindi di incassi) troppo rilevante.

In condizioni ideali, una prova di declino della pressione eseguita a portata di superficie q_{sc} costante (portata in condizioni di giacimento $q_{sc} B_o$) partendo da pressione di giacimento p_i costante, è descritta dall'equazione

$$\frac{4\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{wf}) = \ln t_D + 0,809 + 2 S \quad \dots (5.36b)$$

fintanto che il giacimento si comporta come infinito, e cioè fino al momento in cui il disturbo di pressione provocato dalla produzione non ha raggiunto il limite dell'area di drenaggio.

In pratica, l'evoluzione di p_{wf} viene complicata dalla presenza di un transitorio iniziale, corrispondente al riempimento del foro del pozzo e del tubing con il fluido erogato dal giacimento, o alla sostituzione del fluido esistente in pozzo (fango di perforazione, fluido di completamento, olio rimasto in pozzo al termine di una precedente prova) con il fluido di giacimento.

Inoltre, se la zona danneggiata dal fluido di perforazione è particolarmente estesa, si deve tener presente anche il transitorio relativo a tale zona di skin.

Svilupperemo la trattazione che segue secondo la teoria classica, *esprimendo tutte le grandezze in unità SI*. In Tab. 6.1 presenteremo poi le formule risolutive espresse anche in unità pratiche (sistema metrico pratico e sistema di campo USA).

In un successivo capitolo tratteremo poi l'argomento mediante i metodi, di recente introduzione nell'ingegneria dei giacimenti, delle derivate e delle "curve tipo".

6.5.2. *Prove di produzione a portata costante*

Sia $q_{sc} = \text{cost.}$ durante tutta la prova. Dalla 5.36b si ha:

$$p_i - p_{wf} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left(\ln t + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (6.25)$$

da cui:

$$- \frac{dp_{wf}}{d \ln t} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.26)$$

Pertanto, riportando in diagramma (Fig. 6.12) p_{wf} in funzione di $\ln t$ e prendendo in considerazione il solo tratto lineare della curva (corrispondente a flusso transitorio, giacimento che si comporta come infinito) dalla sua pendenza m è possibile calcolare:

$$\frac{k_o h}{\mu_o} = \frac{q_{sc} B_o}{4\pi m} \quad \dots (6.27)$$

da cui, conoscendo h e μ_o , è possibile calcolare k_o .

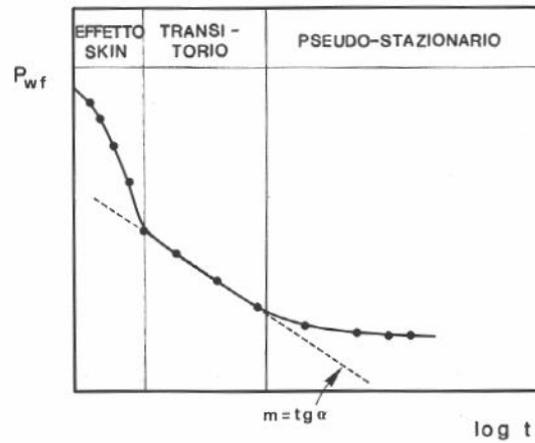


Fig. 6.12 - Curva di declino della pressione in coordinate p_{wf} , $\log t$. Individuazione del tratto rettilineo, corrispondente al transitorio.

Introducendo tale valore di k_o nella 6.16

$$t_{DA} = \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t \quad \dots (6.16)$$

ove A è l'area di drenaggio supposta del pozzo, si calcola il valore $t_{DA, \text{max}}$ del tempo adimensionale corrispondente al tempo t_{max} dell'estremo del tratto lineare della 6.26.

Confrontando tale $t_{DA,max}$ con i valori della colonna “< 1% di errore usando la soluzione per sistemi infiniti se $t_{DA} < di$ ” di Fig. 5.7, in corrispondenza dell’appropriata geometria dell’area di drenaggio, si può stabilire se la scelta del tratto lineare della curva 6.26 è stata fatta in maniera corretta.

Noto k_o , per il calcolo di S si risolve la 6.25:

$$S = \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{1h}) - \frac{1}{2} \left(\ln 3600 + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 \right) \dots (6.28)$$

essendo p_{1h} la pressione misurata a fondo-pozzo un’ora dopo l’apertura del pozzo, e cioè quando il transitorio di riempimento del pozzo e nell’interno della zona danneggiata erano certamente già terminati. Tenendo conto della 6.26, la 6.28 diviene:

$$S = \frac{p_i - p_{1h}}{2 m} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 8,998 \right) \dots (6.29)$$

di immediata applicazione.

Se la prova di produzione è stata condotta per un tempo sufficientemente lungo, tale che il disturbo di pressione abbia raggiunto il limite dell’area di drenaggio, si osservano due fatti:

- a partire dal tempo t_{tr} , termine del transitorio, la curva $p_{wf} = f(\ln t)$ si scosta dall’andamento lineare,
- a partire dallo stesso tempo t_{tr} , p_{wf} diviene una funzione lineare di t , in accordo con la 5.19a (Fig. 6.13).

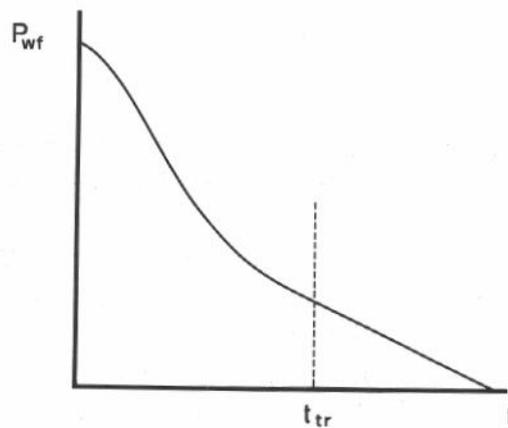


Fig. 6.13 - Curva di declino della pressione in coordinate p_{wf} , t . Individuazione del termine del transitorio, t_{tr} .

Si ha allora, per $t > t_{tr}$:

$$-\frac{dp_{wf}}{dt} = \frac{q_{sc} B_o}{A h \phi c_t} \quad \dots (6.24)$$

o anche, essendo $A h \phi = V_p =$ volume poroso compreso nell'area di drenaggio:

$$V_p = \frac{q_{sc} B_o}{c_t} \left(-\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_{t>tr}^{-1} \quad \dots (6.30)$$

che permette di calcolare V_p .

Indicando con $t_{DA,lim}$ il valore di t_{DA} riportato in Fig. 5.7 nella colonna "< 1% di errore usando la soluzione per sistemi infiniti se $t_{DA} < di$ " per l'appropriata geometria dell'area di drenaggio, sarà:

$$\frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t_{tr} = t_{DA,lim} \quad \dots (6.31a)$$

da cui:
$$A = \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t} \frac{t_{tr}}{t_{DA,lim}} \quad \dots (6.31b)$$

e, dalle 6.30 e 6.31:

$$\bar{h} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o} \frac{t_{DA,lim}}{t_{tr}} \left(-\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_{t>tr}^{-1} \quad \dots (6.32)$$

Per una prova di produzione di lunga durata, nella quale si sia superato il tempo necessario al raggiungimento del regime di flusso pseudo-permanente nell'area di drenaggio, le 6.26, 6.29, 6.30, 6.31 e 6.32 permettono di calcolare rispettivamente:

- k_o : permeabilità media all'olio nell'area di drenaggio,
- S : skin factor,
- V_p : volume poroso nell'area di drenaggio,
- A : estensione dell'area di drenaggio,
- \bar{h} : spessore medio del pay.

È a questo punto necessario ricordare che le equazioni sopra citate sono valide solo se sono state rispettate le ipotesi di base poste al Cap. 5.2 per la soluzione dell'equazione di diffusività, le più importanti delle quali, ai nostri fini, sono:

1. *il fluido in giacimento è monofase olio* (più l'acqua a saturazione S_{iw}). Pertanto, le soluzioni presentate *non sono valide nel caso di giacimenti con gas-cap* primario o secondario, o comunque al disotto del punto di bolla dell'olio.
2. *la permeabilità della roccia-serbatoio è costante* (o almeno statisticamente costante, con eterogeneità statisticamente distribuita nell'area di drenaggio).

L'estensione nel tempo della prova di produzione, così da interessare i limiti dell'area di drenaggio, viene chiamata, nel linguaggio dei petrolieri "*reservoir limit test*", cioè ricerca del limite del giacimento.

6.5.3. Prove di produzione con portata lentamente variabile nel tempo

Soprattutto nel caso di pozzi appena completati alla produzione, è molto comune il fatto che non si riesca a mantenere una portata rigorosamente costante nel tempo, ma che essa diminuisca lentamente col progredire della produzione. Ciò si verifica soprattutto in giacimenti di piccole dimensioni, e/o a bassa permeabilità, nei quali si assiste ad una sensibile diminuzione della pressione di fondo-pozzo col procedere della prova.

Winestock e Colpitts²⁵ hanno mostrato come, in tal caso, il problema possa venire trattato nella maniera seguente. Riscrivendo la 6.25 come:

$$\frac{p_i - p_{wf}}{q_{sc}} = \frac{B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left(\ln t + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) +$$

+ variazioni del second'ordine, trascurabili ... (6.25a)

Si ha subito

$$\frac{d}{d \ln t} \left(\frac{p_i - p_{wf}}{q_{sc}} \right) = \frac{B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m' \quad \dots (6.26a)$$

da cui:
$$\frac{k_o h}{\mu_o} = \frac{B_o}{4\pi m'} \quad \dots (6.27a)$$

Basterà quindi riportare in diagramma (Fig. 6.14) il valore di $(p_i - p_{wf})/q_{sc}$ in funzione di $\ln t$, e procedere poi come indicato in Cap. 6.5.2, sempre verificando che si sia entro le condizioni per il flusso in regime transitorio.

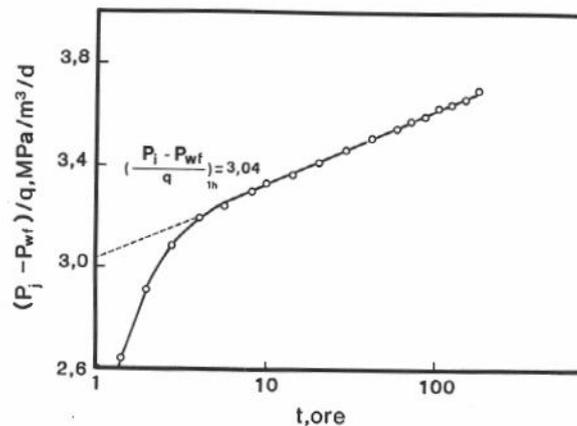


Fig. 6.14 - Diagramma per l'interpretazione di una prova di produzione con portata lentamente variabile nel tempo.

Per quanto riguarda il calcolo del fattore di skin, S , trattando la 6.25a in maniera analoga alla 6.25 si ha:

$$S = \frac{1}{2} \frac{1}{m'} \left(\frac{p_i - p_{wf}}{q_{sc}} \right)_{1h} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_0}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 8,998 \right) \quad \dots (6.29a)$$

6.5.4. Prove di produzione a portate multiple (multirate pressure drawdown tests)

Al fine di determinare la portata massima che si può imporre ad un pozzo è molto utile eseguire prove con diverse portate, successivamente crescenti. Si riesce in tal modo ad individuare:

1. il valore della portata per la quale p_{wf} scende al di sotto del punto di bolla (aumento del fattore di skin S a causa della formazione di gas libero nell'intorno del pozzo),
2. il valore delle perdite di carico in pozzo ($p_{wf} - p_{wh}$) in funzione della portata. Ovviamente, la somma delle perdite di carico in giacimento ($p_i - p_{wf}$) più le perdite di carico in pozzo deve essere inferiore a p_i se si vuole che il pozzo sia in grado di erogare olio in superficie ($p_{wh} > 0$) senza applicare processi di sollevamento artificiale.

La tecnica più corretta per condurre prove a portate multiple in un pozzo è quella di farlo erogare con una prima portata q_1 per il tempo voluto, poi chiudere il pozzo per il tempo necessario a ristabilire condizioni di pressione costante in tutta l'area di drenaggio (empiricamente: tempo di chiusura uguale al tempo di erogazione), indi imporre al pozzo una portata q_2 , chiuderlo di nuovo, e proseguire così per tutti i valori di portata che si vuole esplorare (flow after flow test).

Si è in tal modo sicuri di non avere sovrapposizione di effetti, in strato, da una prova di erogazione alla successiva, ed ogni singola prova di portata viene interpretata con la tecnica descritta al Cap. 6.5.2.

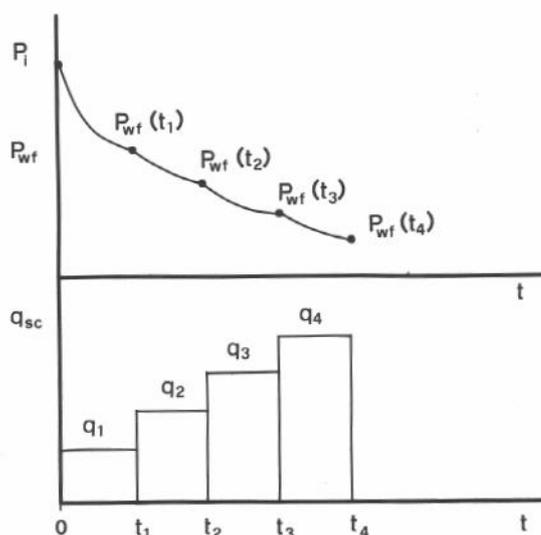


Fig. 6.15 - Andamento di una prova di produzione a portate multiple.

Per vincoli imposti da limiti di tempo (ad es.: impianto di perforazione ancora sul pozzo, con relativi costi) o per non perdere produzione può essere necessario imporre al pozzo le successive portate $q_1, q_2 \dots q_n$ senza alcuna chiusura intermedia (Fig. 6.15): è questa la cosiddetta "prova di produzione a portate multiple" (multirate pressure drawdown test).

Indicando con $p_{wf,n}$ la pressione a fondo pozzo al termine della n-esima portata (tempo $t_{D,n}$) e supponendo S indipendente dalla portata, per il teorema di sovrapposizione (cap. 5.7) si ha dalla 5.55b, dividendo entrambi i membri per q_n :

$$\frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} \frac{p_i - p_{wf,n}}{q_n} = \sum_{j=1}^n \left[\frac{q_j - q_{j-1}}{q_n} p_D(t_{D,n} - t_{D,j-1}) \right] + S \quad \dots (6.33)$$

La 6.33 individua la tecnica da impiegare per l'interpretazione delle prove di produzione a portate multiple, tecnica che può essere descritta come segue:

1. per ognuna delle portate q_r imposte al pozzo si legge il valore di $p_{wf,r}$ corrispondente al tempo t_r in cui termina l'erogazione a portata q_r e si calcola:

$$Y_r = \frac{p_i - p_{wf,r}}{q_r} \quad \dots (6.34a)$$

2. sempre per ognuna delle portate q_r si calcola:

$$X_r = \sum_{j=1}^r \frac{q_j - q_{j-1}}{q_r} p_D(t_{D,r} - t_{D,j-1}) \quad \dots (6.34b)$$

3. riportando in un diagramma cartesiano (Fig. 6.16) Y in funzione di X si otterrà una retta di pendenza:

$$m'' = \frac{\mu_o B_o}{2\pi k_o h} \quad \dots (6.34c)$$

da cui:

$$\frac{k_o h}{\mu_o} = \frac{B_o}{2\pi m''} \quad \dots (6.34d)$$

Il metodo sopra descritto ha un ovvio inconveniente: esso richiede la conoscenza della curva $p_D(t_D)$, per il calcolo della quale necessita conoscere k_o , nonché la geometria e l'estensione A dell'area di drenaggio (Cap. 6.4).

Se il primo periodo di erogazione (portata q_1) è sufficientemente lungo, così da superare i disturbi iniziali dovuti al riempimento del pozzo ed all'attraversamento della zona di skin, k_o può essere calcolato da questo primo periodo di erogazione, come indicato al Cap. 6.5.2.

Per quanto riguarda poi il calcolo di $p_D(t_D)$ ed il suo impiego nell'interpretazione della prova, rimandiamo all'argomento "curve tipo", che verrà trattato nel successivo Cap. 6.8.

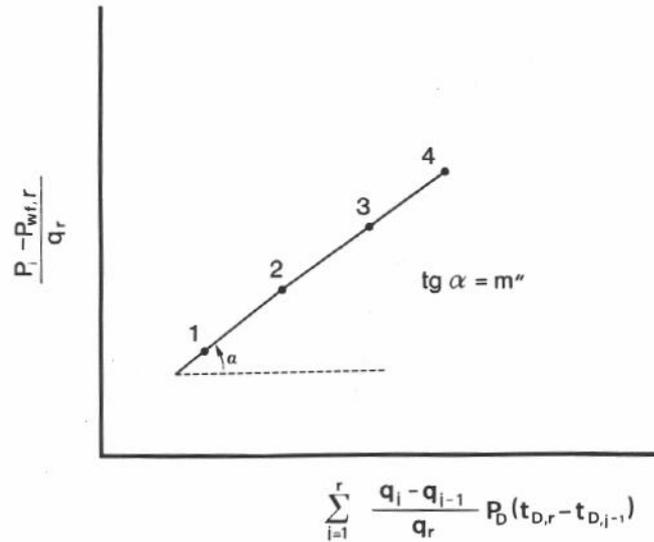


Fig. 6.16 - Diagramma per l'interpretazione di una prova di produzione a portate multiple.

Odeh e Jones²² hanno proposto un metodo di interpretazione delle prove a portate multiple che si basa sulla 6.33 *nell'ipotesi* (troppo spesso poi dimenticata da chi applica questo metodo) *che per tutto il tempo* t_n , corrispondente all'erogazione con le "n" successive portate, *il flusso in giacimento si mantenga in regime transitorio*. Si ha allora:

$$p_D(t_{D,n} - t_{D,j-1}) = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} (t_n - t_{j-1}) \right] + 0,809 \right\} \dots (6.35)$$

e quindi:

$$\frac{4\pi k_o h}{\mu_o B_o} \frac{p_i - p_{wf,n}}{q_n} = \sum_{j=1}^n \left[\frac{q_j - q_{j-1}}{q_n} \ln (t_n - t_{j-1}) \right] + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \dots (6.36)$$

Il calcolo di k_o viene eseguito con la procedura appena descritta per l'Eq. 6.33, ponendo ora:

$$X_r = \sum_{j=1}^r \frac{q_j - q_{j-1}}{q_r} \ln (t_r - t_{j-1}) \dots (6.34b')$$

Inoltre, la 6.36 (come, d'altra parte la 6.33) permette di calcolare il valore dello skin factor S.

Di fatto, è praticamente impossibile sapere a priori se, nel corso della prova a portate multiple, non si sia raggiunto il flusso in regime pseudostazionario nell'area di drenaggio,

cosa che invalida di per sé la 6.36. Pertanto, il metodo di Odeh e Jones deve essere impiegato con estrema cautela.

Nel caso che il pozzo sia in produzione da lungo tempo, con portate variabili in funzione delle esigenze di campo, è sufficiente far precedere alla prova a portata variabile un lungo periodo di produzione a portata costante (al limite, nulla) perché la prova stessa sia ancora interpretabile.

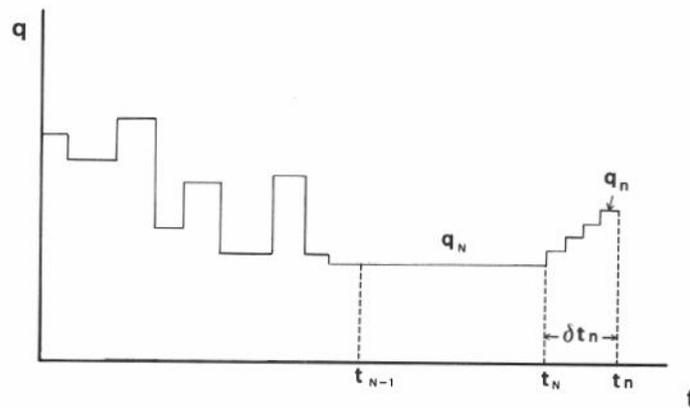


Fig. 6.17 - Storia di produzione di un pozzo. Si noti il periodo di produzione a portata costante q_N prima dell'inizio della prova a portate multiple.

Si abbia (Fig. 6.17) un pozzo che fino al tempo t_{N-1} ha prodotto con portate variabili (talora anche non note) e che per il tempo $(t_N - t_{N-1})$ ha prodotto a portata q_N costante.

Suddividendo la 5.55b, che esprime il teorema di sovrapposizione, in due in corrispondenza del tempo t_N (inizio delle prove a portate multiple, Fig. 6.17) e scrivendo:

$$\delta t_n = t_n - t_N \quad \dots (6.37a)$$

e
$$\delta t_{j-1} = t_{j-1} - t_N \quad \text{per } j > N+1 \quad \dots (6.37b)$$

si ha:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} (p_i - p_{wf,n}) &= \sum_{j=1}^N \left[(q_j - q_{j-1}) p_D (t_{DN} + \delta t_{D,n} - t_{D,j-1}) \right] + \\ &+ q_N S + \sum_{j=N+1}^n \left[(q_j - q_{j-1}) p_D (\delta t_{D,n} - \delta t_{D,j-1}) \right] + (q_n - q_N) S \quad \dots (6.38) \end{aligned}$$

Tab. 6.1 - Equazioni per l'interpretazione delle curve di declino della pressione.

EQUAZIONE	VALORE DELLE COSTANTI "C"		
	UNITA' SI	UNITA' METRICHE PRATICHE	UNITA' DI CAMPO U.S.A.
$p_i - p_{wf} = m \left(\log \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + C_1 + 0,869 S \right)$	0,351	- 4,885	- 1,069
$m = C_2 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h}$	0,183	21,907	162,59
$t_D = C_3 \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} t$	1	$5,807 \cdot 10^{-6}$	$3,797 \cdot 10^{-2}$
$t_{DA} = C_3 \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t$	1	$5,807 \cdot 10^{-6}$	$6,053 \cdot 10^{-9}$
$S = 1,151 \left(\frac{p_i - p_{1h}}{m} - \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + C_4 \right)$	- 3,908	3,107	1,069
$V_p = C_5 \frac{q_{sc} B_o}{c_t} \left(- \frac{dp_{wf}}{dt} \right)_{t > tr}^{-1}$	1	$6,944 \cdot 10^{-4}$	0,0417
$\frac{p_i - p_{wf}}{q_{sc}} = m' \left(\log \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + C_6 + 0,869 S \right)$	0,351	- 4,885	- 1,069
$m' = C_7 \frac{B_o \mu_o}{k_o h}$	0,183	21,907	162,59
$S = 1,151 \left(\frac{p_i - p_{1h}}{m' q_{sc}} - \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + C_8 \right)$	- 3,908	3,107	1,069

(segue Tab. 6.1)

GRANDEZZA	SIMBOLO	UNITA' DI MISURA		
		SI	METRICHE PRATICHE	U.S.A., DI CAMPO
superficie dell'area di drenaggio	A	m ²	m ²	acri
fattore di volume "flash" dell'olio	B _o	adimensionale	adimensionale	adimensionale
comprimibilità totale del sistema	c _t	Pa ⁻¹	cm ² /kg	(psi) ⁻¹
spessore netto del pay	h	m	m	ft
permeabilità effettiva all'olio	k _o	m ²	md	md
pendenza della retta (- d p _{wf} /d log t)	m	Pa/ciclo	kg/cm ² • ciclo	psi/ciclo
pendenza della retta $\frac{d}{d \log t} \left(\frac{p_i - p_{wf}}{q_{sc}} \right)$	m'	$\frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}/\text{ciclo}$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \frac{\text{g}}{\text{m}^3}/\text{ciclo}$	$\frac{\text{psi}}{\text{bbl/D}}/\text{ciclo}$
pressione iniziale nell'area di drenaggio	p _i	Pa	kg/cm ²	psi
pressione a fondo-pozzo in erogazione	p _{wf}	Pa	kg/cm ²	psi
pressione a fondo-pozzo, a 1 ora dalla chiusura	p _{1h}	Pa	kg/cm ²	psi
portata di olio, in condizioni di superficie	q _{sc}	m ³ /s	m ³ /g	bbl/D
raggio del pozzo	r _w	m	m	pollici
fattore di skin	S	adimensionale	adimensionale	adimensionale
tempo	t	s	min	ore
volume poroso nell'area di drenaggio	V _p	m ³	m ³	bbl
viscosità dell'olio	μ _o	Pa • s	cP = mPa • s	cP = mPa • s
porosità	φ	adimensionale	adimensionale	adimensionale

6. L'INTERPRETAZIONE DELLE PROVE DI PRODUZIONE NEI POZZI AD OLIO

Essendo $(t_N - t_{N-1}) \gg \delta t_n$, e quindi a maggior ragione $t_N \gg \delta t_n$, si può scrivere:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N (q_j - q_{j-1}) p_D(t_{D,N} + \delta t_{D,n} - t_{D,j-1}) \cong \\ & \cong \sum_{j=1}^N (q_j - q_{j-1}) p_D(t_{D,N} - t_{D,j-1}) \quad \dots (6.39) \end{aligned}$$

Essendo:

$$\frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} (p_i - p_{wf,N}) = \sum_{j=1}^N \left[(q_j - q_{j-1}) p_D(t_{D,N} - t_{D,j-1}) \right] + q_N S \dots (6.40)$$

si ha, sottraendo la 6.40 dalla 6.38, tenuto conto della 6.39:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} (p_{wf,N} - p_{wf,n}) = \sum_{j=N+1}^n \left[(q_j - q_{j-1}) p_D(\delta t_{D,n} - \delta t_{D,j-1}) \right] + \\ & + (q_n - q_N) S \quad \dots (6.41) \end{aligned}$$

o anche:

$$\frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} \frac{p_{wf,N} - p_{wf,n}}{q_n - q_N} = \sum_{j=N+1}^n \left[\frac{q_j - q_{j-1}}{q_n - q_N} p_D(\delta t_{D,n} - \delta t_{D,j-1}) \right] + S \quad \dots (6.42)$$

La 6.42 è identica alla 6.33 se si pone:

- tempo all'inizio della prova : $t_o = t_N$
- pressione iniziale : $p_i = p_{wf,N}$
- portata di prova : $q = q_n - q_N$

In altre parole, purché il tempo di erogazione a portata costante, precedente la prova, sia sufficientemente lungo, *la prova a portata multipla può venire interpretata come se fosse stata iniziata a pozzo chiuso, purché si impieghino per le variabili in gioco non i valori assoluti ma le loro differenze rispetto alle condizioni esistenti al termine del periodo di erogazione a portata costante.*

6.6. Interpretazione della curva di risalita della pressione (pressure buildup test)

6.6.1. Generalità

Come ci è noto dal teorema di sovrapposizione, o di Duhamel, dal punto di vista del moto dei fluidi in giacimento la chiusura di un pozzo equivale alla (e può essere simulata con la) sovrapposizione di una portata negativa fittizia $-q_{sc}$ alla portata q_{sc} esistente al momento della chiusura.

La chiusura del pozzo provoca, ovviamente, la risalita nel tempo della pressione di fondo, $p_{ws}(t)$.

L'interpretazione della curva $p_{ws}(t)$ presenta, soprattutto nel caso di pozzi da lungo tempo in produzione, il vantaggio che *certamente la prima parte di tale curva corrisponde a flusso in regime transitorio relativo alla portata fittizia $-q_{sc}$* , imposta per rappresentare la chiusura del pozzo. Ciò rende meno ambigua l'interpretazione dei risultati che si ottengono.

Le informazioni che si derivano dall'interpretazione della curva di risalita della pressione (pressure buildup curve) sono:

- il valore della permeabilità effettiva media all'olio, k_o , nell'area di drenaggio del pozzo,
- l'entità del fattore globale di skin S (da intasamento dello strato nella zona circostante il pozzo, da fattori geometrici quali gli spari e la penetrazione parziale del pozzo, da eterogeneità della roccia-serbatoio, soprattutto quando essa è costituita da strati sovrapposti a diversa permeabilità),
- il valore della pressione media, \bar{p} , nell'area di drenaggio del pozzo al momento della chiusura dello stesso.

Tratteremo in un primo tempo il caso, più semplice ma essenzialmente teorico, di un pozzo che abbia prodotto a portata costante, q_{sc} , lungo tutta la sua vita, e che venga chiuso al tempo t , per passare poi al caso più realistico di un pozzo che abbia prodotto a portata variabile (e che quindi può essere anche stato chiuso per periodi diversi lungo la sua storia passata).

6.6.2. Pozzo che ha prodotto a portata costante

Ricordiamo l'equazione presentata al Cap. 6.4:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} + p_D(t_D) - \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0,809 \right] \quad \dots (6.11)$$

ove q_{sc} è la portata costante imposta al pozzo prima della chiusura, t (adimensionalmente t_D) è il tempo totale di produzione a portata q_{sc} , Δt è il tempo contato a partire dal momento della chiusura, e $p_D(t_D)$ la soluzione dell'equazione di diffusività sul pozzo ($r = r_w$) per la geometria dell'area di drenaggio in esame.

Ricordiamo che la 6.11 è valida solo per piccoli valori di Δt ($\Delta t \ll t$), e cioè entro i limiti di tempo corrispondenti a flusso in regime transitorio relativo alla portata fittizia $-q_{sc}$.

Dalla 6.11 si ha subito:

$$-\frac{dp_{ws}}{d \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t}} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.43)$$

In altre parole, riportando in diagramma p_{ws} in funzione di $\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t}$ dalla pendenza del tratto rettilineo della curva (Fig. 6.18) è possibile calcolare, mediante la 6.43, il valore di k_o .

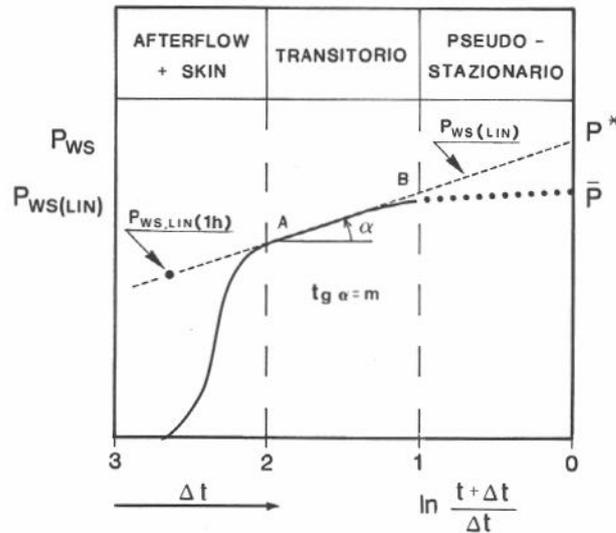


Fig. 6.18 - Curva di risalita della pressione per un pozzo che ha prodotto a portata costante. Interpretazione col metodo di Horner.

Si osserva che il tratto iniziale della curva ha andamento irregolare, e comunque non rettilineo: esso corrisponde a fenomeni di riempimento del pozzo con olio di strato dopo la chiusura in superficie (afterflow) ed allo smorzarsi degli effetti di skin: tale tratto iniziale della curva deve essere quindi scartato.

Analogamente, deve essere scartato il tratto finale della curva, a pendenza progressivamente decrescente, che corrisponde all'instaurarsi di flusso in regime pseudostazionario relativo alla portata fittizia $-q_{sc}$.

Il metodo di calcolo di k_o sopra illustrato è il cosiddetto *metodo di Horner*.¹¹ Per completezza di informazione, ricorderemo che esiste un approccio leggermente diverso del problema, consistente nel riportare in diagramma p_{ws} in funzione di $\ln \Delta t$, e calcolare poi k_o dalla pendenza del tratto rettilineo della curva con una equazione del tutto analoga alla 6.43.

Tale approccio, dovuto a Miller, Dyes e Hutchinson²⁰ (*metodo MDH*) ha goduto in passato di una larga popolarità in quanto si riteneva, erroneamente secondo Ramey,²⁴ che facilitasse l'individuazione del tratto rettilineo della curva.

Con riferimento alla Fig. 6.18, consideriamo ora la retta di pendenza m in essa tracciata e chiamiamo $p_{ws(LIN)}$ i valori di p_{ws} letti su tale retta. Si avrà, ovviamente, $p_{ws(LIN)} = p_{ws}$ nel tratto AB di retta coincidente con la curva reale $p_{ws} = f\left(\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right)$.

Ricordando la 6.11, l'equazione della retta (che rappresenta una situazione fittizia di regime transitorio in un mezzo infinito, non turbata da fenomeni di afterflow e di skin) sarà:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_i - p_{ws(LIN)} \right] &= \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} + p_D(t_D) \\ &- \frac{1}{2} \ln t_D - 0,405 \quad \dots (6.44) \end{aligned}$$

D'altra parte, il valore della pressione a fondo-pozzo in erogazione, al momento della chiusura, p_{wf} , è dato (vedi anche la 5.16) da:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{wf}) = p_D(t_D) + S \quad \dots (6.45)$$

Sottraendo la 6.44 dalla 6.45 si ha:

$$\begin{aligned} S &= \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_{ws(LIN)} - p_{wf} \right] - \\ &- \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0,809 - \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad \dots (6.46) \end{aligned}$$

In analogia con la tecnica impiegata per il calcolo di S dalle curve di declino della pressione, si prende per $p_{ws(LIN)}$ il valore $p_{ws(LIN)}(1h)$ letto a $\Delta t = 1$ ora sulla retta corrispondente a condizioni di flusso in regime transitorio.

$$\begin{aligned} \text{Si ha: } \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} &= \ln \left(\frac{t}{\Delta t} + 1 \right) = \\ &\cong \ln \frac{t}{3600} = \ln t - 8,1887 = \\ &= \ln t_D - \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} - 8,1887 \quad \dots (6.47) \end{aligned}$$

con il che la 6.46 diviene:

$$S = \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_{ws(LIN)}(1h) - p_{wf} \right] - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 8,998 \right) \quad \dots (6.48a)$$

o anche:
$$S = \frac{p_{ws(LIN)}(1h) - p_{wf}}{2 m} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 8,998 \right) \quad \dots (6.48b)$$

formalmente simile alla 6.29.

Il calcolo di \bar{p} , pressione media nell'area di drenaggio, è poi immediato, e già descritto al Cap. 6.4. Per comodità del lettore, ripeteremo qua il procedimento.

È innanzitutto necessario determinare il valore di A, superficie dell'area di drenaggio del pozzo, nonché la posizione del pozzo all'interno dell'area di drenaggio.

Per il calcolo di A si parte dalla ragionevole ipotesi che il volume V_i di roccia-serbatoio drenato da un pozzo sia proporzionale alla sua portata $q_{sc,i}$. Detta $q_{sc,TOT}$ la portata totale del giacimento nel periodo immediatamente precedente la chiusura del pozzo "i" e V_R il volume totale di roccia-serbatoio, si ha:

$$V_i = \frac{q_{sc,i}}{q_{sc,TOT}} V_R \quad \dots (6.49)$$

Dividendo V_i per lo spessore locale del pay si ottiene A. Ripetendo la stessa operazione per i pozzi limitrofi, si ottiene una ragionevole indicazione circa la posizione del pozzo considerato all'interno dell'area di drenaggio: in base ad essa si sceglie, fra le curve $p_{D(MBH)}(t_{DA})$ di cui al Cap. 6.4 (Figg. 6.5 a 6.11), quella corrispondente alla geometria dell'area di drenaggio ed alla posizione del pozzo individuate col procedimento ora indicato.

Si calcola poi:

$$t_{DA} = \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t \quad \dots (6.16)$$

ove t è il tempo totale di produzione, prima della chiusura del pozzo.

In corrispondenza di t_{DA} si legge sulla curva prescelta il valore di:

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \frac{4\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left(p^* - \bar{p} \right) \quad \dots (6.18)$$

p^* è, come già detto al Cap. 6.4, il valore di p_{ws} ottenuto estrapolando a tempo infinito $\left(\ln \frac{t+\Delta t}{\Delta t} = 0 \right)$ la retta $p_{ws(LIN)} \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \right)$ corrispondente a flusso in regime transitorio (Fig. 6.18).

$$\text{Si ha poi: } \bar{p} = p^* - \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} p_{D(MBH)}(t_{DA}) \quad \dots (6.50)$$

Se l'andamento della pressione prima della chiusura del pozzo indica che erano già state raggiunte condizioni di flusso pseudostazionario, il valore di $p_{D(MBH)}(t_{DA})$ può essere calcolato direttamente mediante la 6.21.

$$\begin{aligned} \text{Si ha allora: } \bar{p} &= p^* - \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \ln \left(C_A t_{DA} \right) = \\ &= p^* - \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left(\ln t + \ln \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} + \ln C_A \right) \quad \dots (6.51) \end{aligned}$$

ove il valore di C_A è fornito, per ogni geometria considerata, in Fig. 5.7.

6.6.3. Pozzo che ha prodotto a portata variabile, prima della chiusura

Si abbia un pozzo che, prima della chiusura, ha prodotto con portata variabile nel tempo e sia t_n il tempo totale di produzione (Fig. 6.19). Sia inoltre q_n l'ultima portata imposta al pozzo prima della chiusura: chiudere il pozzo equivale, come noto, a sovrapporre a q_n una portata negativa $-q_n$.

Per il teorema di sovrapposizione avremo, indicando con p_{ws} la pressione a fondo pozzo al tempo Δt dopo la chiusura:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{\mu_o B_o} (p_i - p_{ws}) &= \sum_{j=1}^n \left[(q_j - q_{j-1}) p_D(t_{D,n} + \Delta t_D - t_{D,j-1}) \right] - \\ &- q_n p_D(\Delta t_D) \quad \dots (6.52) \end{aligned}$$

Dividiamo entrambi i membri della 6.52 per q_n . Ricordando che, durante il transitorio relativo alla portata fittizia $-q_n$, $p_D(\Delta t_D)$ è espresso dalla 5.33a, sommando e sottraendo al membro di destra della 6.52 la quantità $\frac{1}{2} \ln(t_{D,n} + \Delta t_D)$, e trascurando nella sommatoria il termine $\Delta t_D \ll (t_{D,n} - t_{D,j-1})$, la 6.52 diviene:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k_o h}{q_n B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) &= \frac{1}{2} \ln \frac{t_n + \Delta t}{\Delta t} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \left[\frac{q_j - q_{j-1}}{q_n} p_D(t_{D,n} - t_{D,j-1}) \right] - \frac{1}{2} (\ln t_{D,n} + 0,809) \quad \dots (6.53a) \end{aligned}$$

ove il secondo ed il terzo termine del membro di destra della 6.53a sono delle costanti (nell'ipotesi di $t \ll t_n$), essendo funzioni solo di t_n .

Si ha pertanto:

$$-\frac{dp_{ws}}{d \ln \frac{t_n + \Delta t}{\Delta t}} = \frac{q_n B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.54)$$

ove, come al solito, la pendenza m viene ottenuta dal tratto rettilineo della curva di risalita.

In altre parole, tutto avviene come se il pozzo avesse prodotto per tutto il tempo t_n con l'ultima portata q_n .

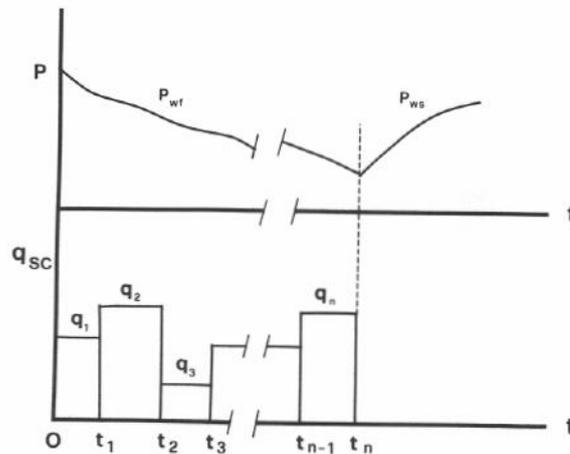


Fig. 6.19 - Andamento della portata e della pressione per un pozzo che ha prodotto a portata variabile prima della chiusura.

Il calcolo di S e di \bar{p} viene poi eseguito come per il caso di pozzo che abbia prodotto a portata costante q_n (Cap. 6.6.2).

Un'altra tecnica, che viene proposta in alcuni testi, è quella di impiegare al posto del tempo reale t_n un tempo fittizio \bar{t} , calcolato come rapporto fra la produzione cumulativa del pozzo, N_p , e la sua ultima portata, q_n , che in tal caso viene supposta ovviamente costante per tutto il tempo \bar{t} .

$$\bar{t} = \frac{N_p}{q_n} \quad \dots (6.55)$$

Non dovendosi più far ricorso al teorema di sovrapposizione la 6.53a diviene ora, sempre con l'approssimazione $\Delta t \ll \bar{t}$:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_n B_o \mu_o} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t} + p_D(\bar{t}_D) - \frac{1}{2} (\ln \bar{t}_D + 0,809) \quad \dots (6.53b)$$

Nel diagramma $p_{ws} = f(\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t})$ ogni valore di p_{ws} viene ora riportato in funzione di $\ln \frac{\bar{t}_n + \Delta t}{\Delta t}$, anziché in funzione di $\ln \frac{t_n + \Delta t}{\Delta t}$, Eq. 6.53a.

Lo scostamento orizzontale è quindi:

$$\ln \frac{t_n + \Delta t}{\Delta t} - \ln \frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t} \cong \ln \frac{t_n}{\bar{t}} \quad \dots (6.56)$$

Le due rette si mantengono in pratica parallele,⁵ con uno scostamento in verticale (Fig. 6.20).

$$p^*(t_n) - p^*(\bar{t}) = m \ln \frac{t_n}{\bar{t}} \quad \dots (6.57)$$

del quale si deve tener conto nel calcolo di \bar{p} col procedimento indicato al Cap. 6.6.2.

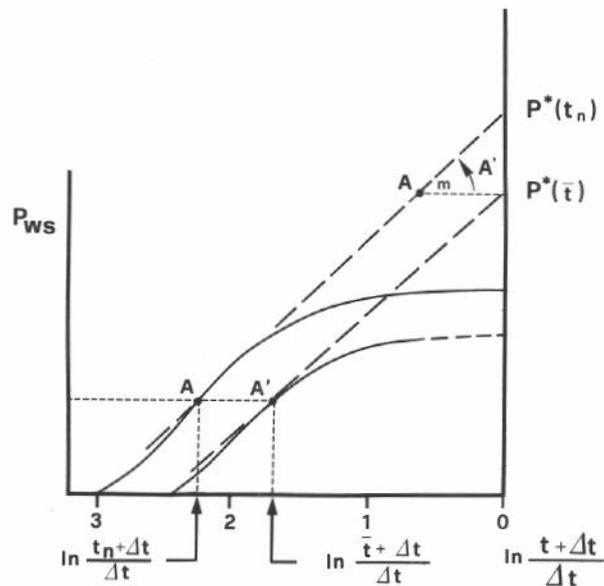


Fig. 6.20 - Interpretazione della risalita di pressione per un pozzo che ha prodotto a portata variabile prima della chiusura (Eq. 6.54 a 6.57).

Tab. 6.2 - Equazioni per l'interpretazione delle curve di risalita della pressione.

EQUAZIONE	VALORE DELLE COSTANTI "C"		
	UNITA' SI	UNITA' METRICHE PRATICHE	UNITA' DI CAMPO U.S.A.
$m = - \frac{d p_{ws}}{d \left(\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right)} = C_2 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h}$	0,183	21,907	162,59
$t_D = C_3 \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} t$	1	$5,807 \cdot 10^{-6}$	$3,797 \cdot 10^{-2}$
$t_{DA} = C_3 \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} t$	1	$5,807 \cdot 10^{-6}$	$6,053 \cdot 10^{-9}$
$S = 1,151 \left(\frac{p_{ws(LIN)}(1h) - p_{wf}}{m} - \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + C_4 \right)$	- 3,908	3,107	1,069
$\bar{p} = p^* - C_9 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h} p_{D(MBH)}(t_{DA})$	$7,958 \cdot 10^{-2}$	9,516	70,63
$\bar{p} = p^* - m \left(\log t + \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t A} + \log C_A + C_{10} \right)$	zero	- 5,236	- 8,218

(segueo Tab. 6.2)

GRANDEZZA	SIMBOLO	UNITA' DI MISURA		
		SI	METRICHE PRATICHE	U.S.A., DI CAMPO
superficie dell'area di drenaggio	A	m ²	m ²	acri
fattore di volume "flash" dell'olio	B _o	adimensionale	adimensionale	adimensionale
comprimibilità totale del sistema	c _t	Pa ⁻¹	cm ² /kg	(psi) ⁻¹
fattore di forma, secondo Dietz	C _A	adimensionale	adimensionale	adimensionale
spessore netto del pay	h	m	m	ft
permeabilità effettiva dell'olio	k _o	m ²	md	md
pendenza della retta $\left(-dp_{ws}/d \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right)$	m	Pa/ciclo	kg/cm ² • ciclo	psi/ciclo
pressione adimensionale secondo Matthews, Brons e Hazebroek	P _{D(MBH)}	adimensionale	adimensionale	adimensionale
pressione a fondo-pozzo in erogazione	p _{wf}	Pa	kg/cm ²	psi
pressione di fondo, durante la risalita	p _{ws}	Pa	kg/cm ²	psi
pressione letta lungo la retta di Horner, estrapolata oltre il tratto lineare	p _{w(LIN)}	Pa	kg/cm ²	psi
pressione media nell'area di drenaggio	\bar{p}	Pa	kg/cm ²	psi
pressione all'intersezione fra la retta di Horner e l'ascissa $\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t} = 0$	p*	Pa	kg/cm ²	psi
portata di olio, in condizioni di superficie	q _{sc}	m ³ /s	m ³ /g	bbl/d
raggio del pozzo	r _w	m	m	pollici
fattore di skin	S	adimensionale	adimensionale	adimensionale
tempo di erogazione	t, t _n , \bar{t}	sec	min	ore
tempo dalla chiusura del pozzo	Δt	sec	min	ore
viscosità dell'olio	μ _o	Pa • s	cP = mPa • s	cP = mPa • s
porosità	φ	adimensionale	adimensionale	adimensionale

6. L'INTERPRETAZIONE DELLE PROVE DI PRODUZIONE NEI POZZI AD OLIO

6.7. Diagrammi alle derivate temporali delle pressioni

Derivando rispetto a t entrambi i membri della 6.2 si ha che, *in regime transitorio*, $t \cdot \frac{dp_{wf}}{dt} = -m = \text{cost.}$ Analogamente, derivando rispetto a Δt la 6.5. si ha, con qualche approssimazione, che, sempre *in regime transitorio*, $t \cdot \frac{dp_{ws}}{d(\Delta t)} = \text{costante.}$

Da queste considerazioni deriva un metodo sostanzialmente diagnostico, e cioè qualitativo, per individuare visivamente, a partire dall'andamento di p_{wf} o di p_{ws} , le condizioni esistenti nell'area di drenaggio del pozzo durante le prove di produzione e di risalita della pressione.

Tale metodo, entrato nell'uso comune dall'inizio degli anni '80 a seguito della disponibilità di misuratori di pressione di fondo ad elevata sensibilità e con registrazione diretta in superficie, trova il suo più utile impiego proprio nella individuazione del tratto di curva di declino o di risalita della pressione corrispondente a condizioni di flusso transitorio, tratto che viene impiegato, come noto, per calcolare il valore di $k_0 h / \mu_0$ nell'intorno del pozzo.

In genere, le curve alle derivate temporali delle pressioni vengono registrate automaticamente in coordinate bilogaritmiche (Fig. 6.21) e dal loro andamento è possibile individuare i tratti di curva corrispondenti ad afterflow, skin effect, regime transitorio e regime pseudostazionario.

Disponendo, ad esempio, della registrazione in tempo reale, in superficie, della curva $\log \left(\Delta t \frac{dp_{ws}}{d \Delta t} \right) = f(\ln \Delta t)$ durante una risalita di pressione è possibile ridurre il tempo di chiusura del pozzo necessario per l'interpretazione della curva di risalita secondo i metodi descritti al Cap. 6.6.

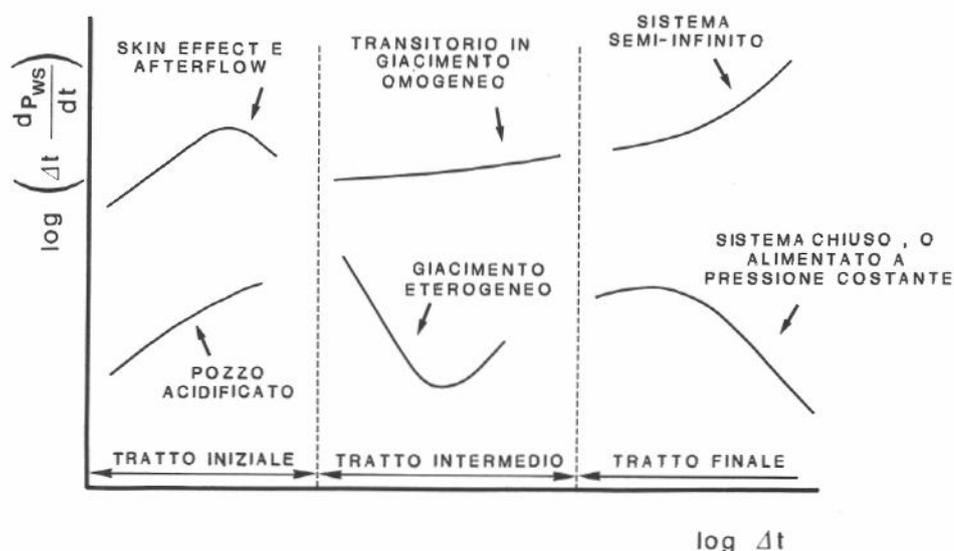


Fig. 6.21 - Diagramma in scala bilogarithmica nella derivata temporale della pressione: andamento in alcune situazioni tipiche. Da Ref. 7, con autorizzazione SPE.

6.8. Impiego di curve-tipo

Un metodo molto diffuso^{7,8} entrato nell'uso comune dall'inizio degli anni '70, che viene impiegato per interpretare le curve di declino e di risalita della pressione nel caso di situazioni molto complesse (ad es.: giacimenti fratturati, giacimenti stratificati ed arealmente eterogenei, pozzi con prolungati afterflow, e cioè con continuato ingresso dell'olio a fondo pozzo dopo la chiusura in superficie) è quello delle *curve-tipo*.

Illustreremo l'impiego delle curve-tipo con un semplice esempio, relativo ad una prova di produzione a portata costante, con registrazione dell'andamento della pressione di fondo-pozzo, p_{wf} . Quanto detto per una prova di produzione può venire facilmente esteso al caso di una prova di risalita di pressione.

È innanzitutto necessario definire cos'è una curva tipo, Essa non è altro che un diagramma che fornisce l'andamento della pressione adimensionale p_D in funzione del tempo adimensionale t_D per una ben definita combinazione di condizioni iniziali ed al contorno. In genere, in uno stesso diagramma viene presentata una famiglia di curve, ciascuna delle quali corrisponde ad un diverso valore di un parametro dato (ad es.: rapporto conduttività delle fratture/ permeabilità della roccia-matrice).

Curve-tipo sono state calcolate analiticamente o mediante modelli numerici, e sono pubblicate in letteratura principalmente per i seguenti casi:

- pozzo con prolungato afterflow, e cioè con un ingresso di olio al fondo dopo la chiusura in superficie che perdura per un tempo tale da mascherare in gran parte il transitorio in strato. Le curve sono parametrize in funzione della velocità di salita dell'olio in pozzo e dello skin effect (Ramey,²³ McKinley¹⁹). Il giacimento è supposto omogeneo ed isotropo.
- giacimento stratificato con penetrazione parziale del pozzo. Le curve sono parametrize in funzione del numero di strati, dei rapporti di $k h$ e dello strato aperto alla produzione (Yeh²⁶).
- pozzo in giacimento fratturato, con una frattura a conducibilità infinita che attraversa longitudinalmente il pozzo. Le curve sono parametrize in funzione del rapporto fra raggio di drenaggio del pozzo, x_e e semilunghezza della frattura, L_f (Fig. 6.22 da Gringarten⁸).

Supponiamo ora di voler interpretare la nostra prova di declino di pressione e di disporre della famiglia di curve-tipo che supponiamo rispondere al nostro caso. In particolare, supponiamo che si tratti di un giacimento fratturato, per il quale si possono applicare le curve di Fig. 6.22. Notiamo che tali curve esprimono $\log p_D$ in funzione di $\log t_D$ ed hanno come parametro x_e/L_e .

Ricordando le 5.14b e le 5.14c si ha:

$$\log p_D = \log \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} + \log (p_i - p_{wf}) \quad \dots (6.58a)$$

$$\log t_D = \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t L_f^2} + \log t \quad \dots (6.58b)$$

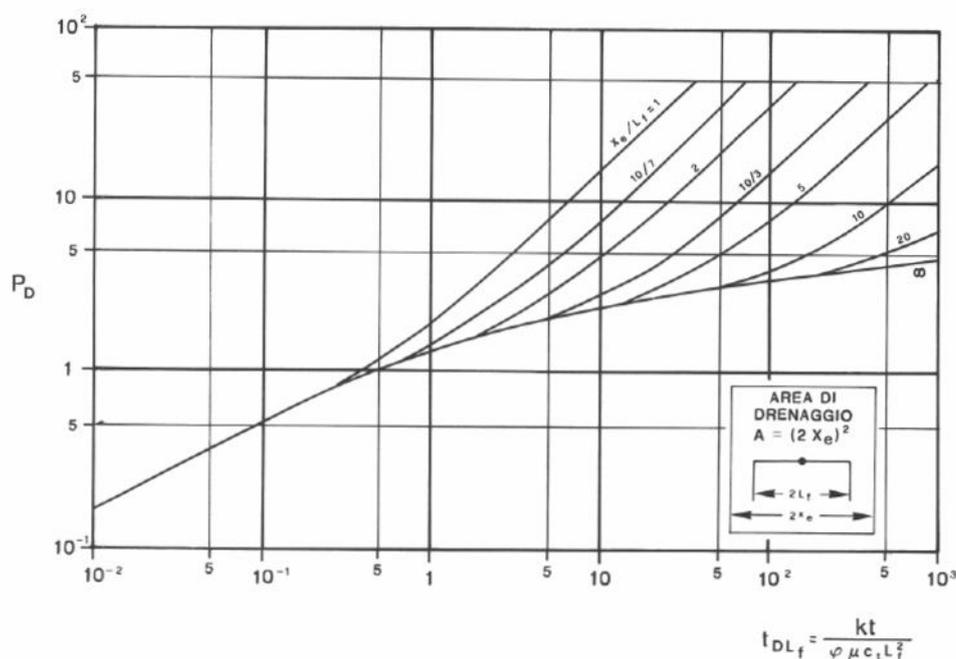


Fig. 6.22 - Curve-tipo per pozzo intersecato da una frattura verticale, per valori diversi del rapporto x_e/L_f .
Da Ref. 8, con autorizzazione SPE.

Riportiamo ora in diagramma bilogarithmico, con le stesse scale di Fig. 6.22, i valori di $(p_i - p_{wf}) = f(t)$ registrati durante la prova di produzione, e sovrapponiamo al diagramma così ottenuto la Fig. 6.22, ovviamente su lucido trasparente.

Se l'ipotesi da noi fatta di giacimento fratturato corrisponde alla realtà, spostando parallelamente ai due assi coordinati uno dei due diagrammi si dovrà ottenere l'esatta sovrapposizione fra la curva registrata in pozzo ed una delle curve di Fig. 6.22. Da tale sovrapposizione otterremo innanzitutto il valore di x_e/L_f del pozzo in esame e quindi, conoscendo il valore dell'area di drenaggio $(2x_e)^2$, la semilunghezza L_f della frattura che interseca il pozzo.

Avremo poi che lo spostamento Δy che si è reso necessario per far sovrapporre i due diagrammi sarà pari a:

$$\Delta y = \log p_D - \log (p_i - p_{wf}) = \log \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} \quad \dots (6.59a)$$

da cui:

$$k_o = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi h} \text{antilog} (\Delta y) \quad \dots (6.59b)$$

Dallo spostamento Δx che è stato necessario per far sovrapporre i due diagrammi avremo poi:

$$\Delta x = \log t_D - \log t = \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t L_f^2} \quad \dots (6.60a)$$

da cui:

$$\phi = \frac{k_o}{\mu_o c_t L_f^2 \text{antilog}(\Delta x)} \quad \dots (6.60b)$$

Evidentemente, se il diagramma $\log(p_i - p_{wf}) = f(\log t)$ non si sovrappone o non si interpola con nessuna delle curve di Fig. 6.22, l'ipotesi fatta di giacimento fratturato non è corretta, e sarà necessario ricorrere ad un'altra famiglia di curve-tipo corrispondente ad una diversa ipotesi.

Con l'ampia diffusione dei calcolatori, ed in particolare delle stazioni di lavoro comprendenti minicalcolatori e video ad alta risoluzione, è oggi possibile disporre di librerie di curve-tipo richiamabili su video e di programmi che eseguono automaticamente il confronto fra curva sperimentale e curva o curve-tipo prescelte, calcolando anche lo scarto medio quadratico relativo, e quindi la bontà dell'ipotesi fatta dall'operatore. Lo stesso programma provvede poi al calcolo dei parametri di giacimento sulla base della curva-tipo identificata.

In alcuni casi vengono riportate su video oltre alle curve-tipo $\log p_D = f(\log t_D)$ anche le curve nelle derivate temporali delle pressioni $\log(t_D \frac{dp_D}{dt_D}) = f(\log t_D)$, il cui confronto con le corrispondenti curve nei parametri sperimentali aiuta l'operatore nella scelta della curva-tipo più prossima alla curva reale.

Ovviamente, trattandosi di un tipico "problema inverso", nel quale cioè dalla risposta del sistema (curva di declino o di risalita della pressione) si cerca di individuare la struttura interna del sistema stesso (pozzo con o senza afterflow accoppiato a roccia serbatoio con o senza skin effect, fratture, vacuoli, stratificazioni di permeabilità, condizioni al bordo esterno di pressione costante o di non-flusso, ecc.) *non si può essere certi che la risposta che si ottiene dall'interpretazione con curve-tipo sia univoca*^{7, 12}. In altre parole, *può esistere più di una configurazione del sistema pozzo + giacimento che fornisce una curva di declino o risalita di pressione uguale (entro gli errori sperimentali) a quella misurata in pozzo.*

Per restringere il campo di indeterminazione è necessario aggiungere ai dati rilevati durante la prova di produzione e successiva risalita della pressione tutte quelle informazioni (risultati dell'interpretazione dei logs, analisi carote, sismica stratigrafica) che servono a fornire una prima interpretazione fisica del sistema pozzo + giacimento.

All'interno della configurazione dedotta da tale interpretazione, e quindi della famiglia di curve-tipo ad essa relativa, va poi ricercata la soluzione del problema attraverso una giudiziosa interpretazione delle curve di declino e/o risalita della pressione di fondo.

6.9. Influenza delle eterogeneità in giacimento sull'andamento della pressione a fondo-pozzo

Nel sistema pozzo + giacimento può esistere tutta una serie di eterogeneità di diverso tipo che influiscono sull'andamento della pressione di fondo-pozzo durante la produzione e la successiva chiusura del pozzo. L'aspirazione dell'ingegnere di giacimento sarebbe di

riuscire ad individuare e valutare quantitativamente tali eterogeneità a partire dalle curve di declino e/o risalita di pressione: per quanto detto al Cap. 6.8, in molti casi si cade nel principio di non univocità.

Daremo qua solo alcune indicazioni circa l'influenza dei principali tipi di eterogeneità sul comportamento di pressione a fondo-pozzo.

6.9.1. Skin effect da geometria del pozzo

Come già detto al Cap. 5.6.1.2, una delle componenti della caduta di pressione addizionale a fondo-pozzo che va sotto il nome di "skin effect" è la caduta di pressione dovuta a penetrazione parziale del pozzo nello strato produttivo o, in ogni caso, il fatto che il pozzo è stato aperto alla produzione ("sparato") solo per un tratto della sua lunghezza.

L'influenza della penetrazione parziale sul valore del coefficiente di skin, S , è stata valutata quantitativamente, per quanto si riferisce a giacimenti omogenei, da Nisle²¹ e da Brons e Marting¹. Dai lavori di questi ultimi due autori è tratto il diagramma di Fig. 6.23 che fornisce il valore di S in funzione della frazione, b , di pozzo aperto alla produzione e del rapporto h/r_w fra spessore totale del pay e raggio del pozzo.

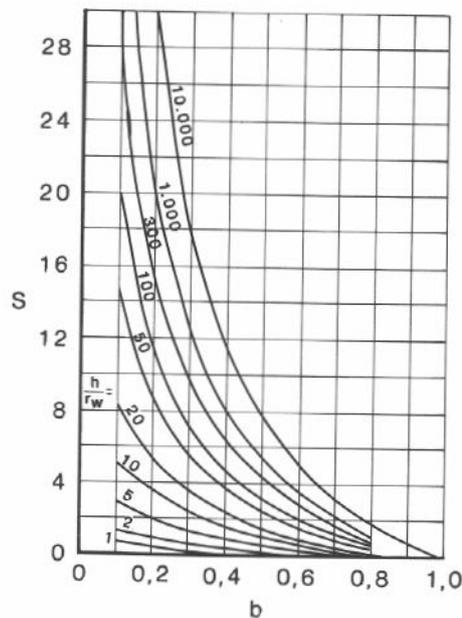


Fig. 6.23 - Coefficiente di skin, S , in funzione della frazione, b , di pozzo aperto alla produzione e di h/r_w .

La situazione diviene, ovviamente, molto più complessa quando il giacimento è stratificato ed il pozzo è solo parzialmente aperto alla produzione. Il primo studio in argomento è quello di Chierici *et al.*³, che dimostra come, in tal caso, si possano avere valori di S positivi o negativi e come il valore di k dedotto dall'interpretazione della curva di declino o di risalita corrisponda alla media ponderale delle k_i dei vari strati che compongono la roccia-serbatoio.

Altro componente dello skin effect di tipo "geometrico" è il fatto che, in pozzi tubati ed aperti alla produzione mediante spari, solo una frazione della superficie interna del casing è in comunicazione con lo strato attraverso gli spari stessi. L' "effetto spari"⁹ può portare a skin effects rilevanti nel caso di rocce-serbatoio fratturate quando non tutte le fratture siano messe in comunicazione col pozzo attraverso gli spari.

Delle componenti "geometriche" dello skin effect è necessario tenere conto nel programmare operazioni di stimolazione dei pozzi (acidificazioni, fratturazioni) volte a ridurre appunto lo skin.

6.9.2. Giacimenti stratificati o con acquifero di fondo

Quando la roccia-serbatoio nell'intorno del pozzo è costituita da più strati a diversa permeabilità, k_i , e di diverso spessore, h_i , si è soliti distinguere in letteratura due casi estremi, e cioè:

- *1. non vi è comunicazione verticale ("crossflow") fra ciascuno strato e quello immediatamente superiore ed inferiore; la comunicazione avviene solo attraverso il foro del pozzo. In tal caso¹⁹ il disturbo di pressione si propaga in ciascun strato in maniera indipendente e la portata totale q_t si suddivide fra i diversi strati sostanzialmente in maniera proporzionale al prodotto permeabilità \times spessore;
2. non esiste impedimento alla comunicazione verticale fra strati adiacenti cosicché, sia pure con distorsioni locali, p è solo funzione di r e t , ma è sostanzialmente indipendente dalla quota z all'interno del giacimento.

In entrambi i casi l'interpretazione della curva di declino della pressione e della curva di risalita della pressione, nel tratto corrispondente a flusso in regime transitorio *in tutti gli strati* può essere eseguita con le equazioni per strato omogeneo fornite rispettivamente ai Cap. 6.5 e 6.6, impiegando per q_{sc} la portata totale del pozzo.

La permeabilità \bar{k} che se ne deduce è legata alle permeabilità k_i ed agli spessori h_i dei singoli strati dalla relazione:

$$\bar{k} = \frac{\sum_1^n k_i h_i}{\sum_1^n h_i} \quad \dots (6.61)$$

Un caso particolare si presenta invece quando la comunicazione verticale fra i diversi strati è solo parziale essendo, ad esempio, impedita dalla presenza di straterelli di argilla non continui.

In tal caso può accadere¹⁷ che la curva di declino e quella di risalita della pressione presentino due o più tratti a diversa pendenza, intercalati da tratti pressoché piatti come illustrato in Fig. 6.24 relativamente all'interpretazione della risalita di pressione in un giacimento costituito da due strati a permeabilità molto diversa e comunicazione verticale parzialmente impedita. L'esempio, tratto da Lefkovits *et al.*¹⁶ può essere interpretato come segue:

- il primo tratto AB a pendenza costante (che a sua volta è preceduto da un tratto a pendenza variabile, non riportato in figura, corrispondente ai fenomeni di afterflow e di skin) è dovuto alla risalita di pressione nello strato a più alta permeabilità,

- il tratto BC, praticamente piano, corrisponde alla stabilizzazione della pressione nello strato a più alta permeabilità,
- la seconda risalita, rappresentata dal tratto CD della curva, è dovuta a flusso dell'olio dallo strato a bassa permeabilità verso quello ad alta permeabilità¹⁷ (Fig. 6.25) ritardato dalla ridotta comunicazione fra i due strati. In effetti, almeno la parte più lontana dal pozzo dello strato a bassa permeabilità si trova ora a pressione più alta, in parte perché non ha ancora prodotto, in parte perché la pressione non si è ancora livellata in tale strato,
- il tratto finale DE della curva corrisponde alla stabilizzazione della pressione in entrambi gli strati.

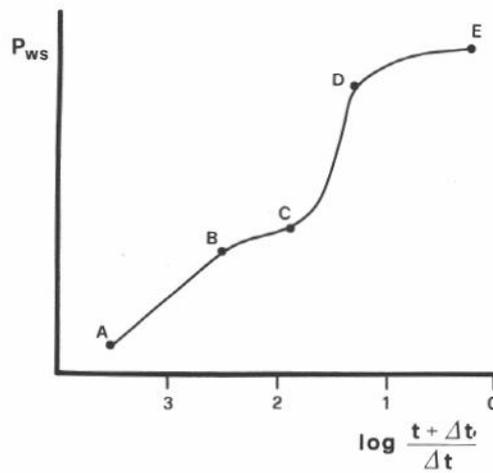


Fig. 6.24 - Andamento indicativo della risalita di pressione in un giacimento formato da due strati a diversa permeabilità, verticalmente comunicanti.

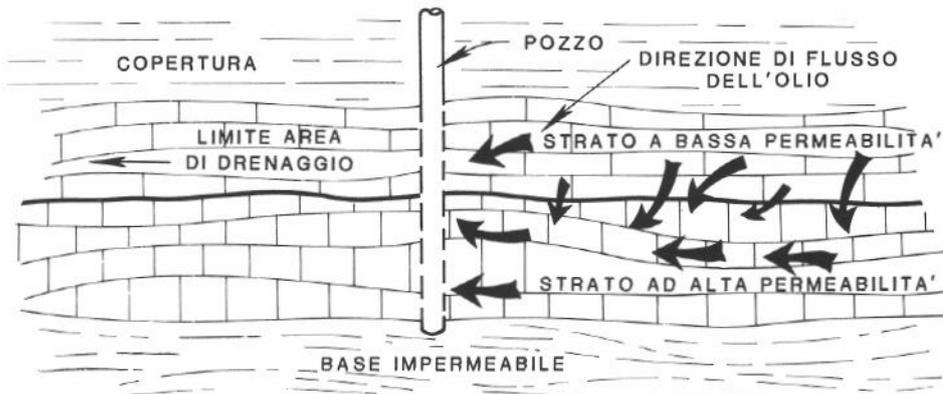


Fig. 6.25 - Flusso di olio dallo strato meno permeabile verso quello più permeabile, quando quest'ultimo è già pressoché esaurito a seguito della sua maggiore produttività. Da Ref. 17, con autorizzazione SPE.

È ovvio che, fin quando ci si trova in presenza di un giacimento costituito da due soli strati a scarsa comunicazione verticale, e quindi di una curva di declino o di risalita con due tratti a pendenza costante, è possibile tentare un'interpretazione quantitativa della curva stessa.

In un giacimento costituito da più strati a diversa permeabilità e scarsa comunicazione verticale, la curva di declino o di risalita può presentare una successione di tratti a pendenza costante (ma diversa nel tempo) e tratti piani, che rende assolutamente aleatoria qualsiasi interpretazione quantitativa.

Un caso molto interessante, e troppo spesso non considerato, si incontra quando sia presente un acquifero a contatto col giacimento nell'area di drenaggio del pozzo.

Consideriamo, per semplicità, il caso di uno strato (Fig. 6.26) omogeneo ed isotropo, di permeabilità k , che nella sua parte superiore contenga olio a viscosità μ_o per uno spessore h_o , e nella parte inferiore sia sede di un acquifero per uno spessore h_w . Sia μ_w la viscosità dell'acqua.

Ovviamente, dovendosi produrre possibilmente solo olio, il pozzo sarà aperto alla produzione solo in corrispondenza della parte superiore (e, più precisamente, sarà aperto solo per una frazione di h_o , per evitare produzione di acqua dovuta a fenomeni di coning, dei quali parleremo al Cap. 12). Saremo pertanto in presenza di un pozzo a penetrazione parziale, con relativo skin effect geometrico.

Anche se il pozzo produce solo olio, tutto il sistema elastico costituito dal giacimento di olio più l'acquifero sottostante partecipa alla trasmissione del disturbo di pressione conseguente alla produzione.

In altre parole, il sistema può essere visualizzato come un giacimento costituito da due strati sovrapposti aventi la stessa permeabilità k ma contenenti due fluidi a diversa viscosità, μ_o e μ_w .

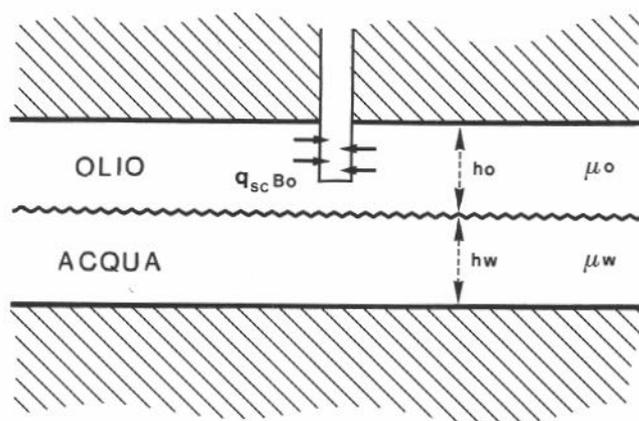


Fig. 6.26 - Produzione da un livello ad olio a contatto con un acquifero di fondo.

Applicando la teoria dei sistemi multistrato, e come dimostrato per la prima volta da Chierici *et al.*³, la pendenza m della curva di declino (Eq. 6.26) e della curva di risalita

(Eq. 6.43) della pressione durante la fase di flusso in regime transitorio è legata alle caratteristiche del sistema dalla relazione:

$$k = \frac{q_{sc} B_o}{4\pi m} \frac{1}{\frac{h_o}{\mu_o} + \frac{h_w}{\mu_w}} \quad \dots (6.62)$$

Trascurare il termine h_w/μ_w (in altre parole, trascurare la presenza dell'acquifero) porta, soprattutto nel caso di $\mu_o \gg \mu_w$, a calcolare valori di k ampiamente in eccesso, che portano a calcolare indici di produttività J_{ideale} (Cap. 5.8) ampiamente errati in eccesso.

A conseguenza di questo è accaduto che siano state eseguite operazioni di stimolazione del pozzo che, evidentemente, non hanno conseguito alcun risultato in quanto il pozzo stesso non era "danneggiato", ma semplicemente la prova di produzione era stata male interpretata.

6.9.3. Presenza di faglie nell'area di drenaggio del pozzo

Consideriamo, per semplicità, il caso di un giacimento "infinito" (e cioè di estensione tale che i fenomeni di flusso che tratteremo avvengano totalmente in regime transitorio), di spessore costante h , omogeneo ed isotropo con permeabilità k_o .

Supponiamo che a distanza L dal pozzo (che attraversa totalmente lo strato) esista una barriera di permeabilità (Fig. 6.27), che può essere costituita da una faglia o da una variazione di facies con passaggio dello strato da permeabile ad impermeabile. Sempre per semplicità, supponiamo che tale barriera di permeabilità abbia andamento lineare, almeno nell'area di drenaggio del pozzo.

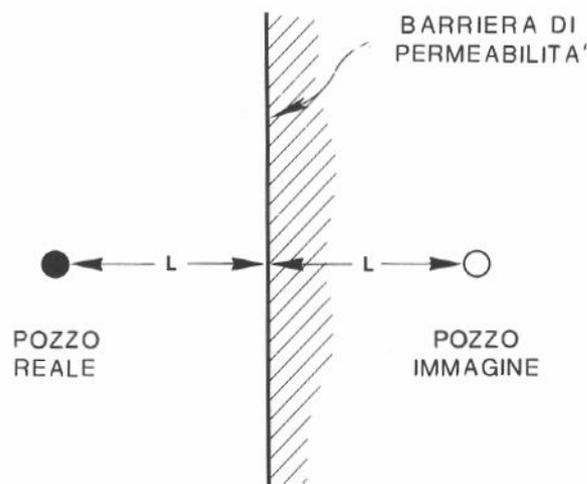


Fig. 6.27 - Simulazione della presenza di una barriera di permeabilità mediante il metodo delle immagini.

Evidentemente, attraverso la barriera di permeabilità non può avvenire flusso di fluidi: le condizioni al contorno lungo la barriera saranno quindi condizioni di flusso nullo.

Tali condizioni possono venire simulate ponendo, al di là della barriera a distanza L e simmetricamente al pozzo, un "pozzo immagine", fittizio, cui viene imposta la stessa legge di produzione del pozzo reale. Questo ci permette, nella trattazione che segue, di rimuovere la barriera di permeabilità ritornando alla situazione di strato infinito pur mantenendo condizioni di flusso nullo attraverso la barriera che abbiamo idealmente rimosso.

La tecnica che stiamo impiegando è il ben noto "metodo delle immagini", che si usa tutte le volte che si vogliono realizzare condizioni di flusso nullo attraverso una qualsiasi superficie (ad es.: limiti dell'area di drenaggio di un pozzo).

Partendo da condizioni $p = p_i$ di equilibrio a $t = 0$, imponiamo una portata q_{sc} al pozzo reale, e di conseguenza anche al pozzo-immagine per rispettare le condizioni di flusso nullo attraverso la barriera.

Per il principio di sovrapposizione degli effetti (Cap. 5.7) la caduta di pressione ($p_i - p_{wf}$) al pozzo reale sarà la somma delle cadute di pressione dovute alla produzione del pozzo stesso più la caduta di pressione dovuta alla produzione del pozzo-immagine, e cioè, ricordando la 5.32:

$$p_i - p_{wf} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left[\ln \frac{4 k_o t}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} + \ln \frac{4 k_o t}{\gamma \phi \mu_o c_t (2L)^2} \right] \quad \dots (6.63)$$

Finché il disturbo di pressione dovuto alla produzione fittizia del pozzo-immagine è trascurabile (e cioè finché il transitorio è contenuto nello spazio compreso fra pozzo reale e barriera di permeabilità) tutto avviene come se la barriera non esistesse.

Indicando con t_{2L} il tempo impiegato dal disturbo di pressione per percorrere lo spazio $2L$ fra i due pozzi, per $t < t_{2L}$ tutto avverrà come se il pozzo-immagine non esistesse.

Pertanto, per $t < t_{2L}$ la curva di declino della pressione avrà la pendenza descritta dalla 6.26:

$$m = \frac{d p_{wf}}{d \ln t} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \quad \dots (6.26)$$

Per $t > t_{2L}$ il disturbo provocato dalla produzione del pozzo-immagine raggiunge il pozzo reale.

Scrivendo la 6.63 come segue:

$$\begin{aligned} p_i - p_{wf} &= \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left[\ln \frac{4 k_o t}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} + \ln \left(\frac{4 k_o t}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} \cdot \frac{r_w^2}{4 L^2} \right) \right] = \\ &= \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi k_o h} \left[\ln \frac{4 k_o t}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} + \ln \frac{r_w}{2 L} \right] = \\ &= \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi k_o h} \left[\ln \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + \ln \frac{r_w}{2 L} \right] \quad \dots (6.64) \end{aligned}$$

si ha che, per $t > t_{2L}$

$$m' = - \frac{d p_{wf}}{d \ln t} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi k_o h} = 2 m \quad \dots (6.65)$$

In altre parole, la pendenza della curva $\frac{d p_{wf}}{d \ln t}$ raddoppia a partire dal momento in cui il pozzo "sente" la presenza della barriera di permeabilità.

Lo stesso effetto di raddoppio della pendenza si verifica, come è facile dimostrare, per quanto riguarda le curve di risalita della pressione. (Fig. 6.28).

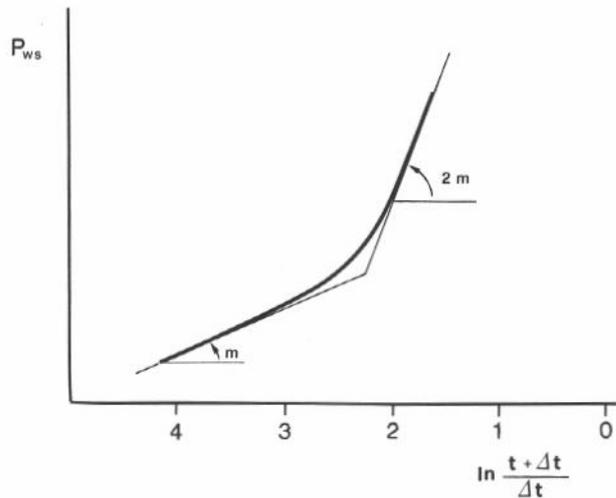


Fig. 6.28 - Raddoppio della pendenza della curva di risalita della pressione dovuto alla presenza di una barriera di permeabilità.

Da quanto sopra detto si trae la conclusione che *la presenza di una barriera di permeabilità nell'area di drenaggio del pozzo può venire dedotta dal fatto che la pendenza m della curva:*

$$p_{wf} = f(\ln t) \text{ nel caso di produzione a portata costante}$$

$$p_{ws} = f\left(\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right) \text{ nelle risalite di pressione}$$

raddoppia dopo un certo tempo dall'inizio della produzione o della risalita della pressione.

Dal tempo t_{2L} (oppure Δt_{2L}) corrispondente al raddoppio della pendenza si può avere una indicazione approssimativa della distanza L della barriera di permeabilità dal pozzo.

In unità SI si ha:

$$L \cong 0,75 \sqrt{\frac{k_o t_{2L}}{\phi \mu_o c_t}} \quad \dots (6.66)$$

In unità metriche pratiche (Tab. 6.1) la costante numerica della 6.66 assume il valore $1,806 \cdot 10^{-3}$; in unità USA di campo (Tab. 6.1) il suo valore⁶ è $1,217 \cdot 10^{-2}$.

6.10. Cenni sull'interpretazione delle prove d'iniezione

In giacimenti di olio che vengono coltivati mediante iniezione d'acqua è pratica comune l'eseguire prove di iniezione d'acqua nei pozzi iniettori al fine di determinarne le caratteristiche (permeabilità dello strato, pressione media locale nell'acquifero, eventuale skin effect) e la loro evoluzione nel tempo.

Meno comune è la pratica di eseguire prove di iniezione nei pozzi produttori d'olio.

Ovviamente, durante l'iniezione la pressione a fondo-pozzo, p_{wf} , sale nel tempo, mentre dopo l'arresto dell'iniezione la pressione a pozzo chiuso, p_{ws} , declina nel tempo. Tutto ciò avviene col segno opposto a quanto si verifica durante le prove di produzione e di risalita di pressione.

Per quanto riguarda le prove di iniezione d'acqua possiamo distinguere tre casi fondamentali:

1. iniezione d'acqua in un acquifero laterale o di fondo. In questo caso il flusso in giacimento è rigorosamente monofase, e le prove di iniezione e declino della pressione dopo chiusura del pozzo possono venire interpretate con la stessa tecnica (ed in pratica con le stesse equazioni) che abbiamo discusso per le prove nei pozzi ad olio.
2. iniezione dell'acqua direttamente nello strato ad olio, in assenza di gas libero in strato. In tal caso si presentano condizioni di flusso monofase nella zona immediatamente circostante il pozzo, contenente l'olio a saturazione residua S_{or} , e flusso bifase acqua/olio a valle di questa (Fig. 6.29). L'interpretazione delle prove di iniezione è ancora possibile se la mobilità $\frac{k}{\mu_o} \frac{k_{ro}}{\mu_o}$ dell'olio non è molto lontana da quella $\frac{k}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{\mu_w}$ dell'acqua, ma diviene aleatoria quando la mobilità dell'olio sia inferiore a quella dell'acqua, soprattutto per la presenza di fenomeni di "digitazione" (fingering) dell'acqua in seno al banco d'olio.
3. iniezione d'acqua nello strato ad olio, in presenza di gas libero in giacimento. È questa la cosiddetta "fase di fill-up", ovvero sia di ricompressione del giacimento, con ridissoluzione del gas nell'olio. Trattandosi di una situazione di flusso trifase, le prove di iniezione d'acqua sono praticamente non interpretabili.

Tratteremo ora in qualche dettaglio solo il caso, che è anche il più frequente, di iniezione di acqua in un acquifero, ricordando che esso copre anche il caso d'iniezione d'acqua in un livello ad olio quando il rapporto di mobilità λ_w/λ_o sia unitario.

L'andamento delle portate e delle pressioni, in una prova di iniezione eseguita con una sola portata, è quello illustrato in Fig. 6.30.

Partendo da condizioni iniziali di equilibrio ($p = p_i$ su tutto l'acquifero) l'andamento della pressione a fondo-pozzo, p_{wf} , durante l'iniezione a portata i_w sarà dato, lungo tutto il periodo di flusso transitorio da (Eq. 6.25):

$$p_{wf} - p_i = \frac{i_w B_w \mu_w}{4\pi k_w h} \left(\ln t + \ln \frac{k_w}{\phi \mu_w c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (6.67)$$

ove: $C_t = C_w + C_f$

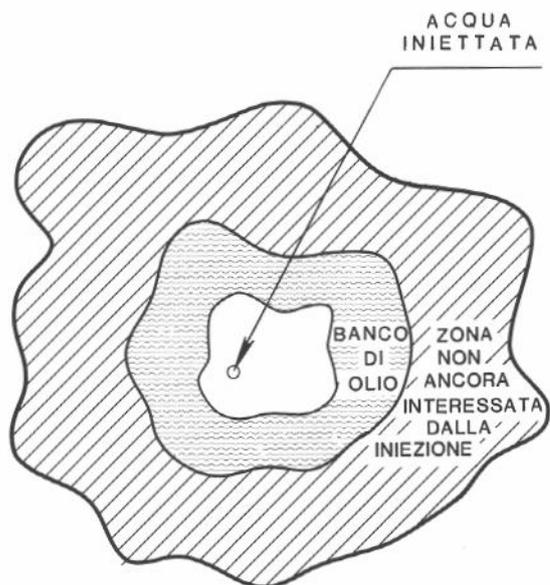


Fig. 6.29 - Distribuzione dei fluidi nell'intorno di un pozzo iniettore.

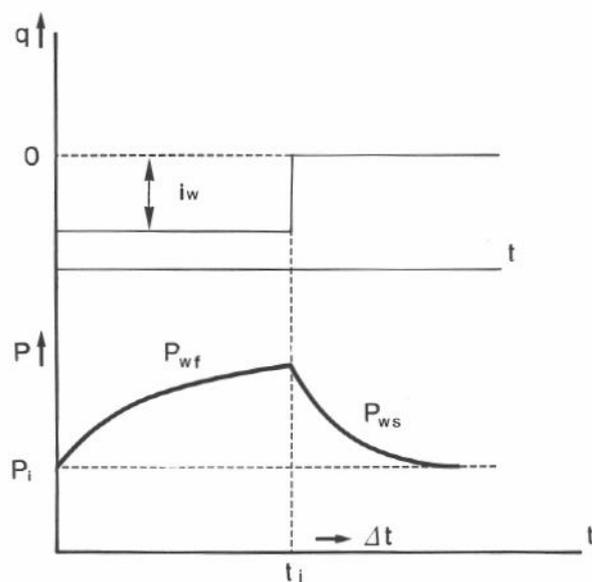


Fig. 6.30 - Andamento della portata e della pressione durante una prova di iniezione a portata singola.

da cui:

$$m = \frac{dp_{wf}}{d \ln t} = \frac{i_w B_w \mu_w}{4\pi k_w h} \quad \dots (6.68)$$

e quindi:

$$\frac{k_w h}{\mu_w} = \frac{i_w B_w}{4\pi m} \quad \dots (6.69)$$

Per il calcolo del fattore di skin, S , si ha, con procedimento analogo a quello sviluppato al Cap. 6.5.2:

$$S = \frac{p_{1h} - p_i}{2 m} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_w}{\phi \mu_w c_t r_w^2} + 8,998 \right) \quad \dots (6.70)$$

Si consideri il caso particolare di un pozzo nel quale l'acqua venga iniettata direttamente nello strato ad olio, e tale iniezione sia cominciata solo da poco tempo. Ciò avrà portato alla formazione di un banco d'acqua di limitata estensione attorno al pozzo stesso.

In tal caso, l'andamento della pressione durante il transitorio è controllato dalle caratteristiche μ_o , c_o dell'olio, che dovranno essere introdotte nelle 6.67 ÷ 6.70 al posto di μ_w , c_w .

L'interpretazione delle prove di iniezione fornirà il valore di k_o (anziché k_w) e la presenza del banco d'acqua attorno al pozzo iniettore si manifesterà sotto forma di skin effect negativo se, come spesso accade, $\mu_o > \mu_w$ (o, meglio, $\lambda_w > \lambda_o$).

La caduta di pressione alla chiusura del pozzo iniettore (pressure falloff) è descritta da equazioni del tutto simili a quelle impiegate al Cap. 6.6. per la risalita della pressione in un pozzo produttore.

Ovviamente, alla chiusura di un pozzo produttore la pressione di fondo-pozzo risale, mentre alla chiusura di un pozzo iniettore la pressione di fondo diminuisce.

Si ha quindi (Eq. 6.5), con i simboli riportati in Fig. 6.30:

$$p_{ws} - p_i = \frac{i_w B_w \mu_w}{4\pi k_w h} \ln \frac{t_i + \Delta t}{\Delta t} \quad \dots (6.71)$$

$$\frac{dp_{ws}}{d \ln \frac{t_i + \Delta t}{\Delta t}} = \frac{i_w B_w \mu_w}{4\pi k_w h} = m \quad \dots (6.72)$$

$$\frac{k_w h}{\mu_w} = \frac{i_w B_w}{4\pi m} \quad \dots (6.73)$$

Per quanto riguarda poi il calcolo di S , si ha dalla 6.48b:

$$S = \frac{p_{wf}(\Delta t = 0) - p_{ws(LIM)}(1h)}{2m} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_w}{\phi \mu_w c_t r_w^2} + 8,998 \right) \quad \dots (6.74)$$

ove $p_{ws(LIM)}(1h)$ è il valore di p_{ws} letto sul tratto lineare della curva $dp_{ws}/d \left(\ln \frac{t_i + \Delta t}{\Delta t} \right)$ in corrispondenza di $t = 1$ ora dalla chiusura del pozzo (Fig. 6.31).

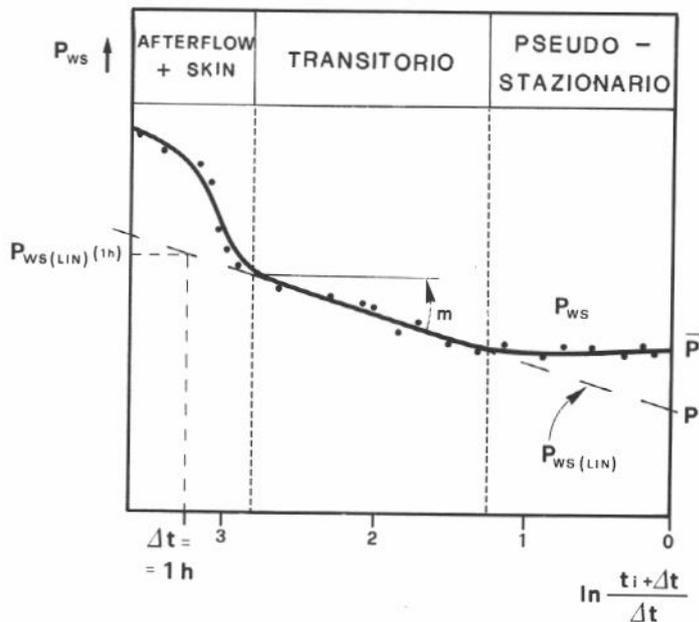


Fig. 6.31 - *Pressure fall-off in un pozzo d'iniezione d'acqua: interpretazione secondo Horner.*

Per il calcolo della pressione media, \bar{p} , nell'area del pozzo si applica il procedimento descritto al Cap. 6.4. e ridescritto specificamente per l'interpretazione delle curve di risalita della pressione al Cap. 6.6.2.

È necessario però osservare che, nel caso di iniezione d'acqua, non si verificano (né possono mai verificarsi) quelle condizioni di flusso nullo lungo il bordo esterno dell'area di influenza del pozzo che stanno alla base del metodo impiegato per il calcolo delle curve $p_{D(MBH)} = f(t_{DA})$ (Figg. 6.5 a 6.11) utilizzate al Cap. 6.6.2. per il calcolo di \bar{p} .

Per il caso molto comune di iniezione d'acqua distribuita in seno al giacimento con geometria "a cinque punti" (five spot, Fig. 6.32), e cioè con una maglia elementare costituita da un pozzo iniettore centrale e quattro pozzi produttori ai vertici di un quadrato, il diagramma $p_{D(MBH)} = f(t_{DA})$ è riportato in Fig. 6.33.

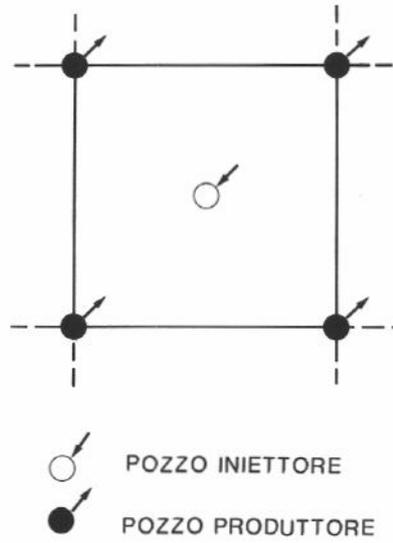


Fig. 6.32 - Schema d'iniezione d'acqua secondo un reticolo "a cinque punti" (five spot).

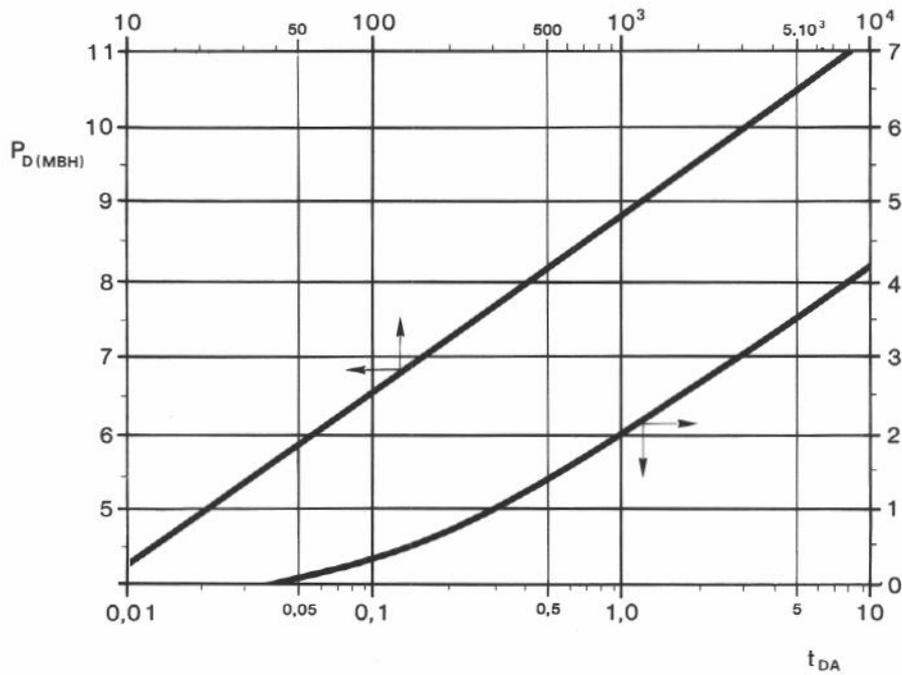


Fig. 6.33 - $p_D(MBH) = f(t_{DA})$ per una maglia di five spot. Da Ref. 17, con autorizzazione SPE.

Analogamente a quanto già descritto al Cap. 6.6.2, per il calcolo di \bar{p} si opera come segue:

1. si estrapola a $t = \infty$ (e cioè a $\ln \frac{t_i + \Delta t}{\Delta t} = 0$) la retta $p_{ws(LIN)} = f\left(\ln \frac{t_i + \Delta t}{\Delta t}\right)$, ottenendo così (Fig. 6.31) il valore della pressione media fittizia p^* .

2. si calcola il valore di:

$$t_{DA} = \frac{k_w}{\phi \mu_w c_t A} t_i \quad \dots (6.75)$$

ove: $t_i = \frac{W_i}{i_w} = \frac{\text{volume cumulativo di acqua iniettata}}{\text{portata finale d'iniezione}}$

$A =$ area del "five spot"

e $\frac{k_w}{\mu_w}$ è dedotto dall'interpretazione della curva di caduta della pressione.

3. Nel diagramma di Fig. 6.33 si legge, in corrispondenza di t_{DA} , il valore di

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \frac{4\pi k_w h}{i_w B_w \mu_w} (\bar{p} - p^*) \quad \dots (6.76a)$$

da cui: $\bar{p} = p^* + \frac{i_w B_w \mu_w}{4\pi k_w h} p_{D(MBH)}(t_{DA}) \quad \dots (6.76b)$

6.11. Prove di interferenza fra pozzi

Una prova di produzione, nelle sue due fasi di misura del declino della pressione e della successiva risalita dopo arresto della produzione, fornisce importanti indicazioni circa la situazione esistente nell'intorno del pozzo (skin effect) e per una certa estensione all'interno dell'area di drenaggio, estensione il cui valore dipende dalla trasmissività $k/\phi \mu c$ del sistema e dalla durata della prova di produzione stessa.

Ma da tale prova non è possibile ottenere alcuna informazione circa la continuità della roccia-serbatoio fra pozzi vicini, né circa le caratteristiche della roccia stessa nella zona inter-pozzi.

Queste informazioni possono essere invece ottenute, in linea di principio, mediante *prove di interferenza fra pozzi*.⁶

Sostanzialmente, tali prove consistono nel modificare le condizioni erogative di un pozzo (active well o input well) e nell'osservare le deviazioni che ne derivano nell'andamento della pressione di fondo nei pozzi circostanti (observation wells).

Eseguendo le prove, in tempi successivi, in un opportuno numero di gruppi di pozzi che coprano arealmente tutto il giacimento è possibile individuare variazioni areali di permeabilità, ed in particolare anisotropie di permeabilità, aree ad alta e bassa permeabilità,

e cioè condizioni che, ad esempio nel caso di coltivazione del giacimento mediante iniezione d'acqua, possono portare ad avanzamenti irregolari dei fronti con conseguenze negative sulla percentuale di recupero dell'olio.

La condizione ideale per le prove di interferenza (condizione difficilmente realizzabile per ovvi motivi economici) è che tutti i pozzi del campo siano chiusi e che, di volta in volta, un solo pozzo venga messo in produzione.

In alternativa, prove di interferenza possono venir eseguite mantenendo tutti i pozzi a portata costante, e chiudendone uno solo. In questo caso si dovrà verificare una risalita della pressione nei pozzi circostanti quello che è stato chiuso.

Tratteremo qua il semplice caso di due pozzi inizialmente entrambi chiusi, uno dei quali venga messo in produzione a portata q_{sc} al tempo $t = 0$.

Le condizioni iniziali saranno di pressione costante, p_i , nell'area dei due pozzi. Supporremo poi, come al solito, che la roccia-serbatoio sia omogenea ed isotropa, di spessore costante h , ed il fluido in giacimento sia monofase olio, in presenza di acqua interstiziale a saturazione irriducibile S_{iw} .

Ricordando le 5.14b, 5.14c, 5.22a e 5.30, l'andamento della pressione adimensionale p_D in funzione del tempo adimensionale t_D e della distanza adimensionale $r_D = r/r_w$ dall'asse del pozzo attivo è dato da:

$$\begin{aligned} p_D(r_D, t_D) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\phi \mu_o c_t r^2}{4 k t} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\phi \mu_o c_t r_w^2}{4 k t} \cdot \frac{r^2}{r_w^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{r_D^2}{4 t_D} \right) \quad \dots (6.77) \end{aligned}$$

La 6.77 è l'equazione impiegata per interpretare le prove di interferenza mediante il metodo delle curve-tipo, nell'ipotesi che i confini del giacimento (o comunque la più vicina eterogeneità di permeabilità, quale ad esempio una faglia) siano sufficientemente lontani, così che il flusso nell'area inter-pozzo si mantenga in regime transitorio per tutto il tempo della prova.

In tal caso la curva-tipo impiegata è la funzione erfc , espressa per comodità in Fig. 6.34 in funzione dell'ascissa t_D/r_D^2 .

Per l'interpretazione si riporta in diagramma bilogaritmico, con le stesse scale di Fig. 6.34, il valore di $[p_i - p_{ws}(t)]$ (ove $p_{ws}(t)$ è la pressione misurata a fondo-pozzo nel pozzo di osservazione) in funzione di t .

La curva così ottenuta viene sovrapposta al diagramma di Fig. 6.34 e spostata parallelamente agli assi in modo da farla coincidere con un tratto della curva-tipo riportata nella figura stessa.

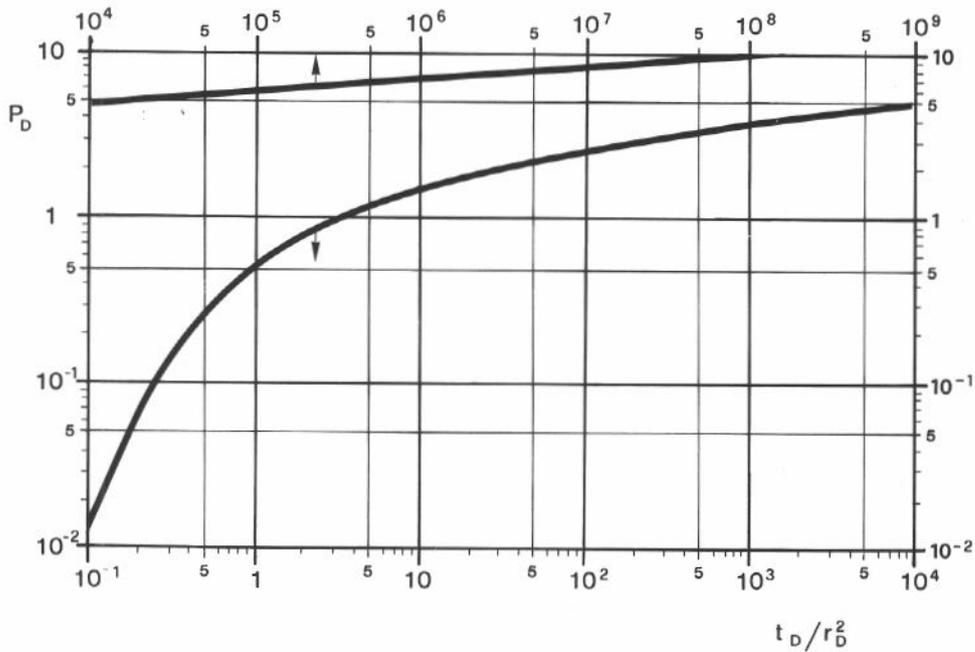


Fig. 6.34 - Diagramma $p_D(r_D, t_D) = f(t_D/r_D^2)$ per l'interpretazione delle prove di interferenza (funzione esponenziale integrale). Da Ref. 6, con autorizzazione SPE.

Una volta ottenuta la sovrapposizione delle due curve, leggendo i valori delle ordinate di uno stesso punto rispettivamente sulla curva-tipo e sulla curva registrata in pozzo, si avrà:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} [p_i - p_{ws}(r, t)] \quad \dots (6.78)$$

da cui:

$$k_o = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi h} \frac{p_D(r_D, t_D)}{p_i - p_{ws}(r, t)} \quad \dots (6.79)$$

Leggendo poi i valori delle ascisse di uno stesso punto rispettivamente sulla curva-tipo e sulla curva registrata in pozzo, si avrà:

$$\frac{t_D}{r_D^2} = \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} \frac{r_w^2}{r^2} = \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r^2} \quad \dots (6.80)$$

da cui:

$$\phi c_t = \frac{k_o}{\mu_o r^2} \frac{t}{t_D/r_D^2} \quad \dots (6.81)$$

ove r è la distanza fra pozzo in produzione e pozzo di osservazione e k_o è noto dalla 6.79.

Le 6.79 e 6.81 permettono di determinare la permeabilità all'olio ed il termine ϕc_t (olio prodotto da un'unità di volume di roccia per abbassamento di pressione unitario) a partire dalla curva $p_{ws}(t)$ misurata nel pozzo di osservazione, a distanza r dal produttore.

Ricordiamo dal Cap. 5.6.1.1. che per $x < 0,01$ vale l'approssimazione:

$$e^{-x} \approx -0,57721 - \ln x \quad \dots (5.31b)$$

Pertanto se (Eq. 6.77)

$$\frac{r_D^2}{4 t_D} < 0,01 \quad \dots (6.82a)$$

e cioè $\frac{t_D}{r_D^2} > 25 \quad \dots (6.82b)$

la 6.77 può essere scritta come segue:

$$\begin{aligned} p_D(r_D, t_D) &= \frac{1}{2} \left[-0,57721 - \ln \frac{r_D^2}{4 t_D} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4}{\exp 0,57721} \frac{t_D}{r_D^2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\ln \frac{t_D}{r_D^2} + 0,809 \right] \quad \dots (6.83a) \end{aligned}$$

ovverosia:

$$p_i - p_{ws}(r, t) = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left[\ln \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} - 2 \ln \frac{r}{r_w} + 0,809 \right] \quad \dots (6.83b)$$

Ne deriva che, riportando in funzione di $\ln t$ il valore della pressione p_{ws} misurata al pozzo di osservazione, si ha, nel tratto lineare della curva $p_{ws} = f(\ln t)$:

$$-\frac{d p_{ws}}{d \ln t} = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} = m \quad \dots (6.84a)$$

da cui: $k_o = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{4\pi m h} \quad \dots (6.84b)$

allo stesso modo che nell'interpretazione delle prove di declino di pressione in pozzo (Eq. 6.26 e 6.27). Rispetto a tali prove si hanno però due sostanziali differenze:

1. non è possibile determinare lo skin effect, che è concentrato nell'intorno del pozzo produttore. Nell'intorno del pozzo di osservazione il flusso è praticamente nullo.
2. Il valore di k_o determinato con la 6.84b è *quello medio nell'area interpozzo del giacimento*.

La trattazione fornita per le prove di interferenza è necessariamente una trattazione semplificata, dato il carattere sostanzialmente informativo di questo testo.

Di fatto, le prove di interferenza possono venire condotte in maniera più complessa, ad esempio impiegando una successione di portate nel pozzo produttore, seguita da una chiusura dello stesso, oppure mantenendo tutti i pozzi in produzione a portata costante e chiudendone solo uno.

Si osservi inoltre che, nella trattazione fatta, si è ipotizzato k_o costante nell'area interessata dal flusso, e quindi in un'area circolare di raggio almeno pari alla distanza fra i due pozzi.

Nel caso di un pozzo produttore circondato da più pozzi di osservazione, il metodo di interpretazione fornito porta, nel caso di giacimenti eterogenei, a calcolare valori di k_o diversi a seconda del pozzo di osservazione nel quale si interpreta la curva di declino di p_{ws} . Nessuno di tali valori di k_o è esatto, proprio per l'ipotesi di k_o costante che è alla base del metodo di interpretazione.

Nel caso di giacimenti eterogenei, l'interpretazione delle prove di interferenza richiede l'impiego di modelli numerici di giacimento accoppiati a programmi di ottimizzazione (programmazione lineare) ad esempio come indicato da Jacquard e Jain.¹²

Anche in questo caso, trattandosi di un tipico "problema inverso" (determinazione della struttura interna di un sistema, o "blackbox", a partire dalla sua risposta a stimoli esterni) non è affatto sicuro che la soluzione sia univoca, e quindi che la distribuzione di permeabilità individuata dall'interpretazione delle prove di interferenza sia quella reale.

In ogni caso, l'esecuzione ed interpretazione di prove di interferenza fra pozzi è sempre utile, in quanto può fornire a grandi linee informazioni sull'anisotropia della roccia-serbatoio e sulle direzioni principali di permeabilità massima e minima.

6.12. Prove a portata pulsata (pulse testing)

Come ripetutamente detto, dal punto di vista della teoria dei sistemi il giacimento può essere considerato come un "blackbox", o "scatola nera", del quale si cerca di identificare la struttura interna mediante lo studio della sua risposta a segnali ad esso applicati.

Sotto quest'ottica vanno considerate le prove di produzione ai pozzi, nelle quali si applica al pozzo un segnale in ingresso (portata erogata) e si studia la risposta al segnale stesso, cioè l'andamento della pressione al pozzo (declino e risalita della pressione) e/o nei pozzi circosvicini (prove di interferenza).

Dalla teoria dei sistemi è noto che la qualità del risultato che si ottiene è influenzata dal tipo di segnale applicato: sotto questo punto di vista un segnale costante (portata costante prodotta od iniettata), e quindi a frequenza zero, è il tipo di stimolo meno adatto per ottenere informazioni sulla struttura interna del sistema.

All'incontro, un segnale ad onda quadra ripetuto nel tempo (successione di cicli costituiti da una fase di produzione ed una di chiusura, Fig. 6.35) è il tipo di segnale che, contenendo tutte le frequenze (come si può vedere dalla rappresentazione in serie di Fourier del segnale ad onda quadra) è il più adatto per ottenere informazioni sulla struttura interna del "blackbox", ovvero sia del giacimento.

Tale fatto è stato messo in evidenza per la prima volta da Johnson *et al.*¹³ per quanto riguarda le prove in pozzo, e da Chierici *et al.*² per quanto si riferisce al regime di erogazione di giacimenti di gas che producano per spinta d'acqua.

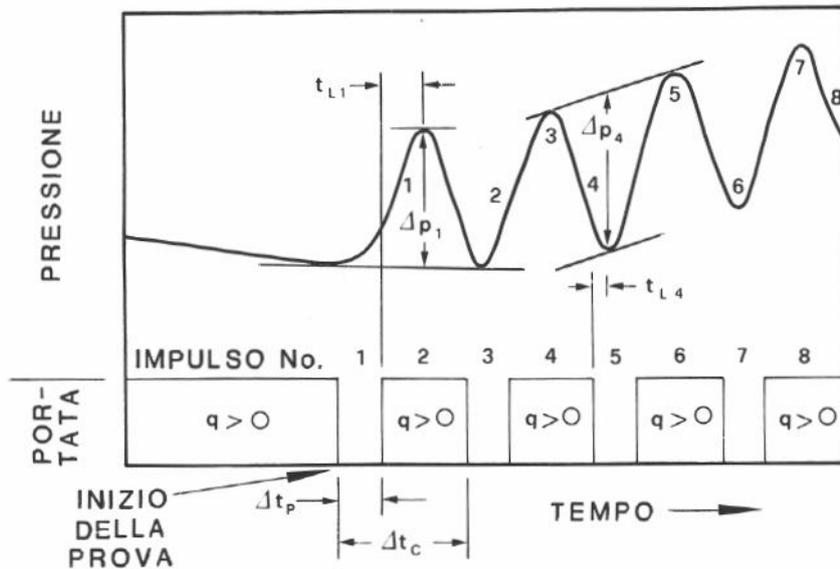


Fig. 6.35 - Prova a portata pulsata. Andamento della portata al pozzo di input e della pressione al pozzo di osservazione.

Nelle prove di pozzo a portata pulsata si applica al pozzo di input (o pozzo attivo) un programma di produzione costituito da una successione di cicli tutti di ugual periodo Δt_c . Ogni periodo è costituito da una fase di chiusura ($q = 0$) di durata Δt_p , ed una fase di erogazione a portata q uguale per tutti i cicli e di durata $(\Delta t_c - \Delta t_p)$ per ogni ciclo.

Il treno di onde elastiche così generato si diffonde in giacimento con una propria velocità e si attenua progressivamente lungo il percorso.

Ai pozzi di osservazione, chiusi, l'andamento nel tempo di tale treno d'onde viene registrato con strumenti molto sensibili e precisi (precisione migliore di 10 Pa).

Per l'interpretazione della prova interessa, in particolare, il valore dell'ampiezza dell'impulso di pressione Δp_i registrato dopo ciascuno degli "i" cicli e lo sfasamento nel tempo $t_{L,i}$ col quale tale impulso viene sentito al pozzo di osservazione (Fig. 6.35).

Per quanto riguarda l'interpretazione quantitativa della prova a portata pulsata, daremo qua solo alcuni cenni, con riferimento al metodo proposto da Kamal e Brigham¹⁴, che meglio si presta ad un'interpretazione manuale.

Prendiamo in esame, a titolo di esempio, solo il primo impulso di pressione ricevuto al pozzo di osservazione, posto a distanza r dal pozzo cui è applicato il programma di produzione pulsata.

Sia Δp_1 l'ampiezza del primo impulso di pressione registrato al pozzo di osservazione e t_{L1} il ritardo col quale tale impulso viene "sentito" nel pozzo stesso.

Avendo definito con Δt_c la durata di ogni ciclo chiusura/produzione e con Δt_p il tempo di chiusura per ogni ciclo, si calcolano le grandezze:

$$F' = \frac{\Delta t_p}{\Delta t_c} \quad \dots (6.85a)$$

ed

$$F_1'' = \frac{t_{L1}}{\Delta t_c} \quad \dots (6.85b)$$

Sul diagramma di Fig. 6.36, relativo al primo ciclo della prova, e cioè al primo impulso di pressione al pozzo di osservazione (Kamal e Brigham¹⁴ forniscono diagrammi anche per il secondo ciclo e poi per tutti i cicli successivi, distinguendoli fra quelli di numero pari e dispari) si legge, sulla curva corrispondente al valore di F' di cui alla 6.85a, il valore della grandezza in ordinata $[\Delta p_D (t_L/\Delta t_c)^2]_{Fig}$ corrispondente all'ascissa F_1'' di cui alla 6.85b.

Si ha poi:

$$k_o = \frac{q_{sc} B_o \mu_o [\Delta p_D (t_L/\Delta t_c)^2]_{Fig}}{h \Delta p_1 (t_{L1}/\Delta t_c)^2} \quad \dots (6.86a)$$

Operando nello stesso modo sul diagramma di Fig. 6.37 relativo al primo ciclo pari della prova (anche qui Kamal e Brigham¹⁴ forniscono pure i diagrammi per i cicli successivi al primo) si ottiene, in ordinata, il valore della grandezza adimensionale $[(t_L)_D/r_D^2]_{Fig}$, da cui:

$$\phi c_t = \frac{k_o t_{L2}}{\mu_o r^2 [(t_L)_D/r_D^2]_{Fig}} \quad \dots (6.86b)$$

Per l'interpretazione completa della prova è necessario prendere in esame anche un sufficiente numero di cicli successivi al primo, mediando eventualmente i risultati ottenuti da tutti i cicli.

Il metodo a portata pulsata presenta il vantaggio di richiedere tempi di chiusura dei pozzi molto minori che non le prove di interferenza. Disponendo di misuratori di pressione di fondo di grande sensibilità e precisione è poi possibile, in linea di principio, eseguire la prova pulsando la portata nel solo pozzo di input, e mantenendo i pozzi di osservazione in produzione a portata rigorosamente costante per non sovrapporre ulteriori segnali. In tal modo la perdita di produzione dal giacimento è praticamente trascurabile.

Segnaleremo poi, per completezza di informazione, un altro tipo di prova a portata pulsata; e cioè la prova che viene eseguita *in uno stesso pozzo fra due livelli*, di cui uno viene messo in erogazione a portata pulsata e l'altro viene mantenuto in osservazione.

Ovviamente, in pozzo, i due livelli sono separati mediante un packer o, ancor meglio, mediante un doppio packer (straddle packer, Fig. 6.38) che isola anche il livello in osservazione dal resto del sistema.

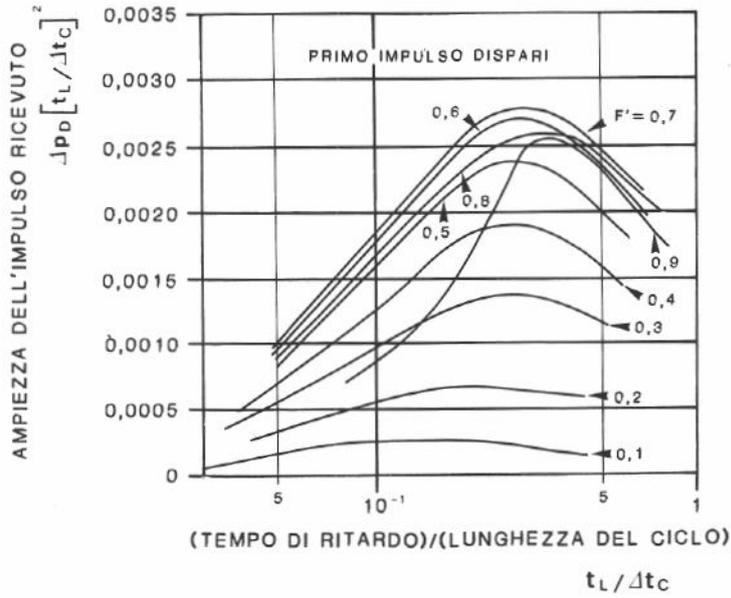


Fig. 6.36 - Prove a portata pulsata. Diagramma per il calcolo di k (Eq. 6.86a), solo da primo impulso dispari al ricevitore. Da Ref. 14, con autorizzazione SPE.

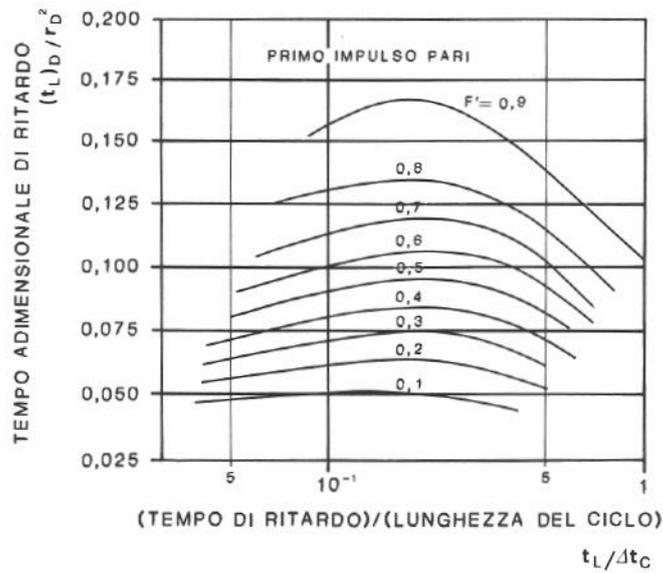


Fig. 6.37 - Prove a portata pulsata. Diagramma per il calcolo di ϕc_1 (Eq. 6.86b), solo dal primo impulso pari al ricevitore. Da Ref. 14, con autorizzazione SPE.

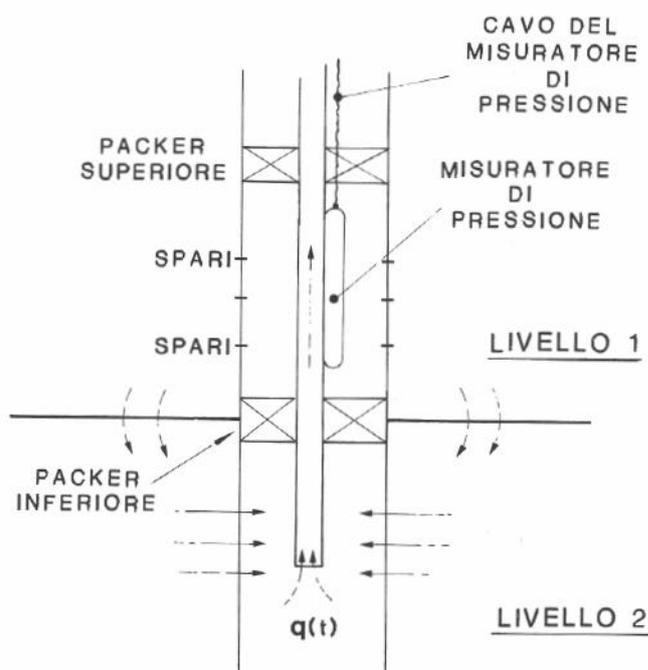


Fig. 6.38 - Completamento per l'esecuzione di prove a portata pulsata fra due intervalli sovrapposti, nello stesso pozzo.

Scopo di questo tipo di prove, la cui teoria è stata sviluppata da Hirasaki¹⁰, è di determinare mediante misure in situ l'entità della intercomunicazione (permeabilità verticale) fra coppie di livelli all'interno di uno stesso giacimento. Quando siano presenti intercalazioni impermeabili (argilla) di estensione laterale non nota l'entità dell'intercomunicazione verticale fra livelli (unità sedimentarie) in una stessa roccia-serbatoio costituisce sempre un fattore di incertezza, particolarmente importante nel caso di giacimenti il cui meccanismo prevalente di produzione sia il drenaggio per gravità.

Per ottenere risultati significativi da questo tipo di prove è ovviamente necessario che la tenuta della cementazione casing/formazione sia perfetta almeno a livello degli strati provati. Ed è questo sempre un punto di dubbio quando si riscontrino, dalla prova, permeabilità verticali elevate.

BIBLIOGRAFIA

1. Brons, F. e Marting, V.E.: "The Effect of Restricted Fluid Entry on Well Productivity", *J.Pet.Tech.* (febbraio 1961), pagg. 172-174; *Trans. AIME* 222.
2. Chierici, G.L. e Ciucci, G.M.: "Water-Drive Gas Reservoirs: Influence of Pulse-Testing on the Indetermination Range of Reserve Estimates", *J.Pet.Tech.* (dicembre 1969), pagg. 1521-1527.
3. Chierici, G.L., Ciucci, G.M. e Pizzi G.: "Quelques cas de remontées de pression dans des couches hétérogènes avec pénétration partielle. Etude par analyseur électrique", *Revue Inst. Franç. Pétrole* (dicembre 1965), pagg. 1811-1846.
4. Cobb, W.M. e Dowdle, W.L.: "A Simple Method for Determining Well Pressures in Closed Rectangular Reservoirs", *J.Pet.Tech.* (novembre 1973), pagg. 1305-1306.
5. Dake, L.P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam (1978).
6. Earlougher, R.C. Jr.: *Advances in Well Testing Analysis*, Society of Petroleum Engineers, Monograph Volume 5, Dallas, TX (1977).

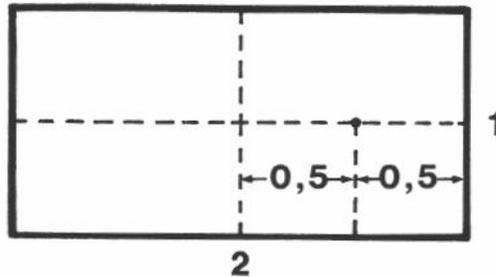
7. Gringarten, A.C.: "Type-Curve Analysis: What It Can and Cannot Do", *J.Pet.Tech.* (gennaio 1987), pagg. 11-13.
8. Gringarten, A.C., Ramey, H.J.Jr. e Raghavan, R.: "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite - Conductivity Vertical Fracture", *Soc. Pet.Eng.J.* (agosto 1974), pagg. 347-360; *Trans. AIME 257*.
9. Harris, H.M.: "The Effect of Perforating on Well Productivity", *J.Pet.Tech.* (aprile 1966), pagg. 518-528; *Trans., AIME 237*.
10. Hirasaki, G.J.: "Pulse Tests and Other Early Transient Pressure Analyses for In-Situ Estimation of Vertical Permeability", *Soc. Pet. Eng.J.* (febbraio 1974), pagg. 75-90; *Trans. AIME 257*.
11. Horner, D.R.: "Pressure Build Up in Wells", *Proc. 3rd World Petrol. Congr.*, Vol. II, pag. 503-523, Ed. E.J. Brill, Leida (1951).
12. Jacquard, P. e Jain, C.: "Permeability Distribution From Field Pressure Data", *Soc. Pet.Eng.J.* (dicembre 1965), pagg. 281-294; *Trans. AIME 234*.
13. Johnson, C.R., Greenkorn, R.A. e Woods, E.G.: "Pulse-Testing: A New Method for Describing Reservoir Flow Properties Between Wells", *J.Pet.Tech.* (dicembre 1966) pagg. 1599-1604; *Trans., AIME 237*.
14. Kamal, M. e Brigham, W.E.: "Pulse-Testing Response for Unequal Pulse and Shut-in Periods", *Soc. Pet.Eng.J.* (ottobre 1975), pagg. 399-410; *Trans., AIME 259*.
15. Lee, J.: *Well Testing*, Society of Petroleum Engineers, Textbook Series Vol.1, Dallas, TX (1982).
16. Lefkovits, H.C., Hazebroek, P., Allen, E.E. e Matthews, C.S.: "A Study of the Behaviour of Bounded Reservoirs Composed of Stratified Layers", *Soc. Pet. Eng. J.* (marzo 1961), pagg. 43-58; *Trans., AIME 222*.
17. Matthews, C.S. e Russell, D.G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*, Society of Petroleum Engineers, Monograph Volume 1, Dallas, TX (1967).
18. Matthews, C.S., Brons, F. e Hazebroek, P.: "A Method for the Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir", *Trans., AIME* (1954), pagg. 182-191.
19. McKinley, R.M.: "Wellbore Transmissibility From Afterflow-Dominated Pressure Buildup Data", *J.Pet.Tech.* (luglio 1971), pagg. 863-872; *Trans., AIME 251*.
20. Miller, C.C., Dyes, A.B. e Hutchinson, C.A. Jr.: "Estimation of Permeability and Reservoir Pressure From Bottom-Hole Pressure Build-up Characteristics", *Trans., AIME* (1950), pagg. 91-104.
21. Nisle, R.G.: "The Effect of Partial Penetration on Pressure Buildup in Oil Wells", *Trans., AIME* (1958), pagg. 85-90.
22. Odeh, A.S. e Jones, L.G.: "Pressure Drawdown Analysis, Variable - Rate Case", *J.Pet.Tech.* (agosto 1965), pagg. 960-964; *Trans., AIME 234*.
23. Ramey, H.J.Jr.: "Short-Time Well Test Data Interpretation in the Presence of Skin Effect and Wellbore Storage", *J.Pet.Tech.* (gennaio 1970) pagg. 97-104; *Trans., AIME 249*.
24. Ramey, H.J.Jr. e Cobb, W.M.: "A General Pressure Buildup Theory for a Well in a Closed Drainage Area", *Trans., AIME* (1971), pagg. 1493-1505.
25. Winestock, A.G. e Colpitts, G.P.: "Advances in Estimating Gas Well Deliverability", *J.Cdn.Pet.Tech.* (luglio-settembre 1965), pag. 111-119.
26. Yeh, N.S.: "Analysis of Well Test Pressure Data From a Restricted Entry Well in a Layered Reservoir", Tesi di Ph.D., Università di Tulsa, Oklahoma (1986).

ESERCIZI

Esercizio 6.1

Dato un pozzo tubato con casing 9 5/8" che produce da un'area di drenaggio di 160.000 m², calcolare la funzione $p_D(t_{DA})$ nelle seguenti ipotesi:

1. area di drenaggio circolare, con pozzo al centro.
2. area di drenaggio rettangolare, con rapporto dei lati 1:2 e pozzo al centro.
3. area di drenaggio rettangolare, con rapporto dei lati 1:2 e pozzo eccentrico come da figura:



4. area di drenaggio rettangolare, con rapporto dei lati 1:4 e pozzo al centro.

Soluzione

Dall'Eq. 6.20 si ha:

$$p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} - \frac{1}{2} p_{D(MBH)}(t_{DA}) + \frac{1}{2} \ln \frac{A}{r_w^2} + 0,405 \quad \dots (6/1.1)$$

ove, per condizioni di flusso pseudo-stazionario nell'area di drenaggio, si ha (Eq. 6.21):

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \ln (C_A t_{DA}) \quad \dots (6/1.2)$$

Per le geometrie in esame si ha:

Geometria	$p_{D(MBH)}(t_{DA})$ Fig.	Flusso pseudo-stazionario per $t_{DA} >$ (Fig. 5.7)	C_A (Fig. 5.7)
1	6.5	0,1	31,62
2	6.7 - I	0,3	21,84
3	6.7 - III	1,5	4,51
4	6.8 - I	0,8	5,38

Essendo: $r_w = \frac{1}{2} \left(9 \frac{5}{8} \right) = 0,12224 \text{ m}$

Si ha: $\frac{1}{2} \ln \frac{A}{r_w^2} + 0,405 = \frac{1}{2} \ln \frac{160.000}{(0,12224)^2} + 0,405 = 8,498$

Pertanto dalla 6/1.1 abbiamo:

$$p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} + 8,498 - \frac{1}{2} p_{D(MBH)}(t_{DA}) \quad \dots (6/1.3)$$

o anche, avendo posto:

$$\alpha(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} + 8,498 \quad \dots (6/1.4)$$

$$p_D(t_{DA}) = \alpha(t_{DA}) - \frac{1}{2} p_{D(MBH)}(t_{DA}) \quad \dots (6/1.5)$$

Tenendo conto della 6/1.2, in condizioni di flusso pseudo-stazionario nell'area di drenaggio la 6/1.3 diviene:

$$p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} + 8,498 - \frac{1}{2} \ln C_A - \frac{1}{2} \ln t_{DA}$$

e cioè:
$$p_D(t_{DA}) = 8,498 - \frac{1}{2} \ln C_A + 2\pi t_{DA} \quad \dots (6/1.6)$$

e, avendo posto:
$$\beta(C_A) = 8,498 - \frac{1}{2} \ln C_A$$

$$p_D(t_{DA}) = \beta(C_A) + 2\pi t_{DA} \quad \dots (6/1.7)$$

Il calcolo di $p_D(t_{DA})$ per le quattro geometrie da investigare viene presentato nelle due tabelle che seguono, la prima relativa a valori di t_{DA} entro i quali il flusso è in regime transitorio e la seconda per valori di t_{DA} per i quali il flusso è certamente in regime pseudo-stazionario.

Calcolo di $p_D(t_{DA})$ in regime transitorio.

t_{DA}	$\alpha(t_{DA})$	$p_{D(MBH)}(t_{DA})$ per le geometrie				$p_D(t_{DA})$ per le geometrie			
		1	2	3	4	1	2	3	4
0,01	6,258	0,12	0,12	0,12	0,12	6,198	6,198	6,198	6,198
0,02	6,668	0,25	0,30	0,30	0,25	6,538	6,518	6,518	6,538
0,03	6,933	0,37	0,40	0,40	0,28	6,743	6,733	6,733	6,793
0,04	7,140	0,50	0,50	0,50	0,31	6,890	6,890	6,890	6,985
0,05	7,314	0,62	0,62	0,62	0,35	7,004	7,004	7,004	7,139
0,06	7,468	0,75	0,68	0,67	0,35	7,093	7,128	7,133	7,293
0,07	7,608	0,87	0,78	0,72	0,34	7,173	7,218	7,248	7,438
0,08	7,738	0,98	0,85	0,75	0,30	7,248	7,313	7,363	7,588
0,09	7,859	1,10	0,90	0,78	0,29	7,309	7,409	7,469	7,714
0,1	7,975	1,24	1,00	0,80	0,28	7,355	7,475	7,575	7,835
0,2	8,950	—	1,55	0,92	0,45	—	8,172	8,490	8,725
0,3	9,781	—	1,95	0,95	0,63	—	8,806	9,306	9,466
0,4	10,553	—	—	0,99	0,80	—	—	10,058	10,153
0,5	11,293	—	—	1,05	1,00	—	—	10,790	10,793
0,6	12,012	—	—	1,15	1,20	—	—	11,437	11,412
0,7	12,718	—	—	1,25	1,30	—	—	12,093	12,068
0,8	13,413	—	—	1,35	1,48	—	—	12,738	12,673
0,9	14,100	—	—	1,48	—	—	—	13,360	—
1,0	14,781	—	—	1,60	—	—	—	13,981	—

Calcolo di $p_D(t_{DA})$ in regime pseudo-stazionario:

$$\beta(C_A) = 8,498 - \frac{1}{2} \ln C_A \text{ per: geometria 1} = 6,771$$

$$\text{geometria 2} = 6,956$$

$$\text{geometria 3} = 7,745$$

$$\text{geometria 4} = 7,657$$

t_{DA}	$p_D(t_{DA})$ per geometria:			
	1	2	3	4
0,2	8,028	—	—	—
0,3	8,656	—	—	—
0,4	9,284	9,469	—	—
0,6	10,541	10,726	—	—
0,8	11,798	11,983	—	—
1,0	13,054	13,239	—	13,940
2,0	19,337	19,522	20,311	20,223
4,0	31,904	32,089	32,878	32,790
6,0	44,470	44,655	45,444	45,356
8,0	57,036	57,221	58,010	57,922
10	69,603	69,788	70,567	70,489
20	132,43	132,62	133,41	133,32
40	258,10	258,28	259,07	258,98

I valori di $p_D(t_{DA})$ per $0,01 \leq t_{DA} \leq 1$ sono riportati in diagramma in Fig. E6/1.1 limitatamente alle geometrie 1 e 4, che forniscono i valori che più si discostano fra loro.

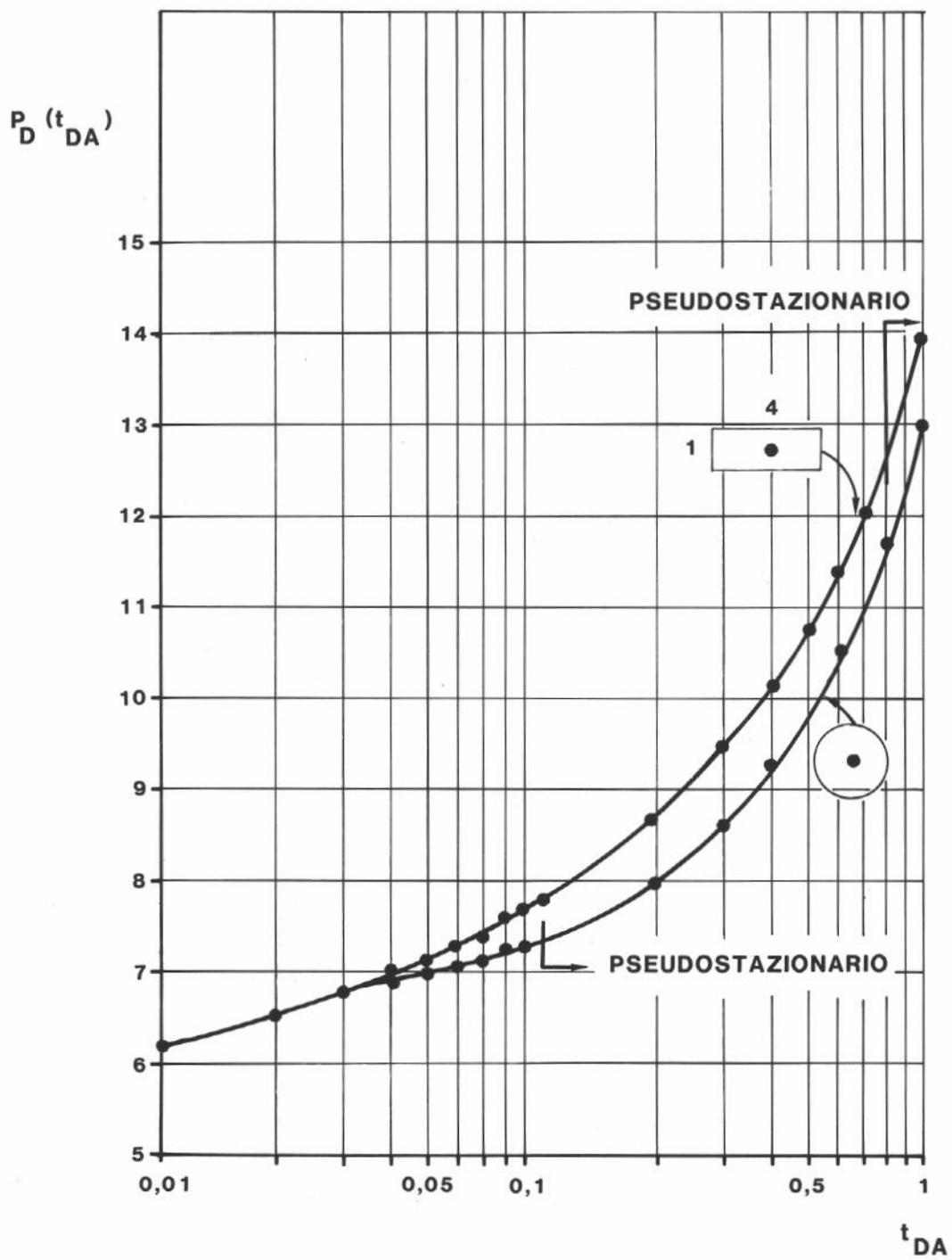


Fig. E 6/1.1

Esercizio 6.2

Un pozzo ha scoperto mineralizzazione ad olio in un pool che, dalle informazioni geofisiche disponibili, si ritiene essere una lente di modeste dimensioni. L'intervallo mineralizzato è compreso fra le quote 4450-4550 m; dai logs si hanno le seguenti informazioni:

pay netto	: h	= 58 m
porosità	: ϕ	= 25%
saturazione in acqua	: S_{iw}	= 15%

La pressione di giacimento al momento della scoperta è:

pressione iniziale	: p_i	= 465 kg/cm ²
--------------------	---------	--------------------------

Da uno studio PVT eseguito sull'olio di giacimento si hanno le seguenti informazioni:

pressione di bolla	: p_b	= 371 kg/cm ²
fattore di volume a p_i	: B_{oi}	= 1,68
comprimibilità a p_i	: c_o	= $2,6 \cdot 10^{-4}$ cm ² /kg
viscosità a p_i	: μ_{oi}	= 0,54 cP

Da correlazioni si ha inoltre:

comprimibilità dell'acqua di giacimento	: c_w	= $2,9 \cdot 10^{-5}$ cm ² /kg
comprimibilità dei pori della roccia	: c_f	= $1,5 \cdot 10^{-4}$ cm ² /kg

Il pozzo è tubato con casing 9 5/8" e sparato lungo tutto l'intervallo mineralizzato.

Al fine di determinare l'estensione e, possibilmente, la geometria del giacimento il pozzo viene sottoposto a prova di produzione prolungata (1 mese) ad una portata:

$$q_{sc} = 550 \text{ m}^3/\text{g stock tank}$$

e vengono registrate le pressioni di fondo in funzione del tempo, contato a partire dall'inizio della produzione. Si ottengono i seguenti risultati:

Tempo	p_{wf} (kg/cm ²)	Tempo	p_{wf} (kg/cm ²)
1'	464,80	2 g	450,18
5'	461,92	4 g	448,10
10'	458,30	6 g	445,92
15'	455,00	8 g	443,82
30'	454,16	10 g	441,72
45'	453,73	15 g	436,48
1 h	453,61	20 g	431,25
2 h	453,30	25 g	426,00
4 h	453,00	30 g	420,76
8 h	452,46		
16 h	451,86		
1 g	451,33		

Interpretare la prova di produzione, determinando:

- caratteristiche produttive del giacimento (permeabilità, coefficiente di skin, PI e fattore di completamento),
- volume di olio in posto,
- indicazioni di massima sull'estensione reale del giacimento e sulla sua forma.

Soluzione

Riportando (Fig. E 6/2.1) p_{wf} in funzione di $\log t$ si osserva che il tratto lineare della curva, corrispondente a flusso in regime transitorio, è compreso fra $t = 45'$ e $t = 240'$.

Il tratto di curva precedente $t = 45'$ riflette fenomeni di assestamento dei fluidi in pozzo (olio che sostituisce acqua, fango, ecc.), mentre per $t > 240'$ si passa a flusso in regime tardo-transitorio.

Nel tratto lineare si ha:

$$m = - \frac{d p_{wf}}{d \log t} = 1,02 \text{ kg/cm}^2 \times \text{ciclo}$$

Avendo impiegato unità di misura del sistema metrico pratico abbiamo (Tab. 6.1):

$$m = 21,907 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h}$$

e cioè, nel nostro caso:

$$k_o = 21,907 \frac{550 \times 1,68 \times 0,54}{1,02 \times 58} = 185 \text{ md}$$

Per il calcolo del coefficiente di skin, S , abbiamo (sempre da Tab. 6.1):

$$S = 1,151 \left(\frac{p_i - p_{1h}}{m} - \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 3,107 \right)$$

Essendo: $c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_f$

avremo: $c_t = (2,6 \times 0,85 + 0,29 \times 0,15 + 1,5) \cdot 10^{-4} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$

Essendo poi: $p_i = 465,00 \text{ kg/cm}^2$
 $p_{1hr} = 453,61 \text{ kg/cm}^2$
 $r_w = \frac{1}{2} (9 \frac{5}{8} \text{") = 0,12224 \text{ m}$

Si avrà: $S = 1,151 \left[\frac{465 - 453,61}{1,02} - \log \frac{185}{0,25 \times 0,54 \times 3,75 \cdot 10^{-4} \times 0,12224^2} + 3,107 \right] = 6,77$

La caduta di pressione dovuta allo skin è data, in grandezze metriche pratiche, dalla:

$$\Delta p_s = 0,869 \text{ m S}$$

e cioè: $\Delta p_s = 0,869 \times 1,02 \times 6,77 = 6,00 \text{ kg/cm}^2$

Pertanto, a $t = 1$ giorno dall'inizio della prova, avremo:

Indice di produttività:

$$PI = J = \frac{550}{465 - 451,33} = 40,2 \frac{\text{m}^3}{\text{g} \times \text{kg/cm}^2}$$

Fattore di completamento:

$$CF = \frac{\frac{550}{465 - 451,33}}{\frac{550}{465 - 451,33 - 6}} = 56,1\%$$

Riassumendo, le informazioni finora dedotte dall'interpretazione della prova di produzione (che rispondono al primo quesito postoci) sono:

- permeabilità all'olio nell'intorno del pozzo : 185 md
- coefficiente di skin : 6,77
- indice di produttività : $40,2 \frac{\text{m}^3}{\text{g} \times \text{kg/cm}^2}$
- fattore di completamento del pozzo : 56,1%
- fattore di danneggiamento del pozzo = (1 - CF) : 43,9%

Analizzando l'andamento di p_{wf} dopo il termine del transitorio si osserva che, per $t > 4$ giorni, p_{wf} decresce linearmente con t (Fig. E 6/2.2). Si ha precisamente:

$$-\frac{dp_{wf}}{dt} = \frac{441,72 - 420,76}{30 - 10} = 1,048 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \times \text{g}}$$

Tale andamento lineare di p_{wf} con t indica che, a partire da $t \cong 4$ giorni, si è raggiunto il regime pseudo-stazionario di flusso in giacimento.

Dall'Eq. 6.24 si ha: $Ah \phi = \text{volume di pori del giacimento} = V_p = \frac{q_{sc} B_o}{-\frac{dp_{wf}}{dt} C_t}$

cioè:
$$V_p = \frac{550 \times 1,68}{1,048 \times 3,75 \cdot 10^{-4}} = 2,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

da cui essendo:
$$N = \frac{V_p (1 - S_{iw})}{B_o}$$

si ha:
$$N = \frac{2,35 \times 0,85}{1,68} = 1,19 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ stock tank}$$

Si tratta evidentemente di un piccolo accumulo, il cui olio *in posto* (risorse di olio) è dell'ordine di un milione di m^3 .

Supposti h e ϕ costanti e pari ai valori misurati sul pozzo, si ha:

$$A = \frac{V_p}{h \phi} = \frac{2,35 \cdot 10^6}{58 \times 0,25} = 162.000 \text{ m}^2$$

Per una valutazione approssimata della geometria del giacimento è necessario fare alcune elaborazioni. Ricordiamo innanzitutto l'equazione (in unità-SI):

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{2\pi k h} \left[p_D(t_D) + S \right]$$

o, in unità metriche pratiche:

$$p_D(t_D) = 5,2541 \cdot 10^{-2} \frac{k h}{q_{sc} B_o \mu_o} \left[p_i - p_{wf}(t) \right] - S$$

Ricordiamo poi l'Eq. 6.22, valida in regime pseudo-stazionario:

$$p_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,405 \quad \dots (6.22)$$

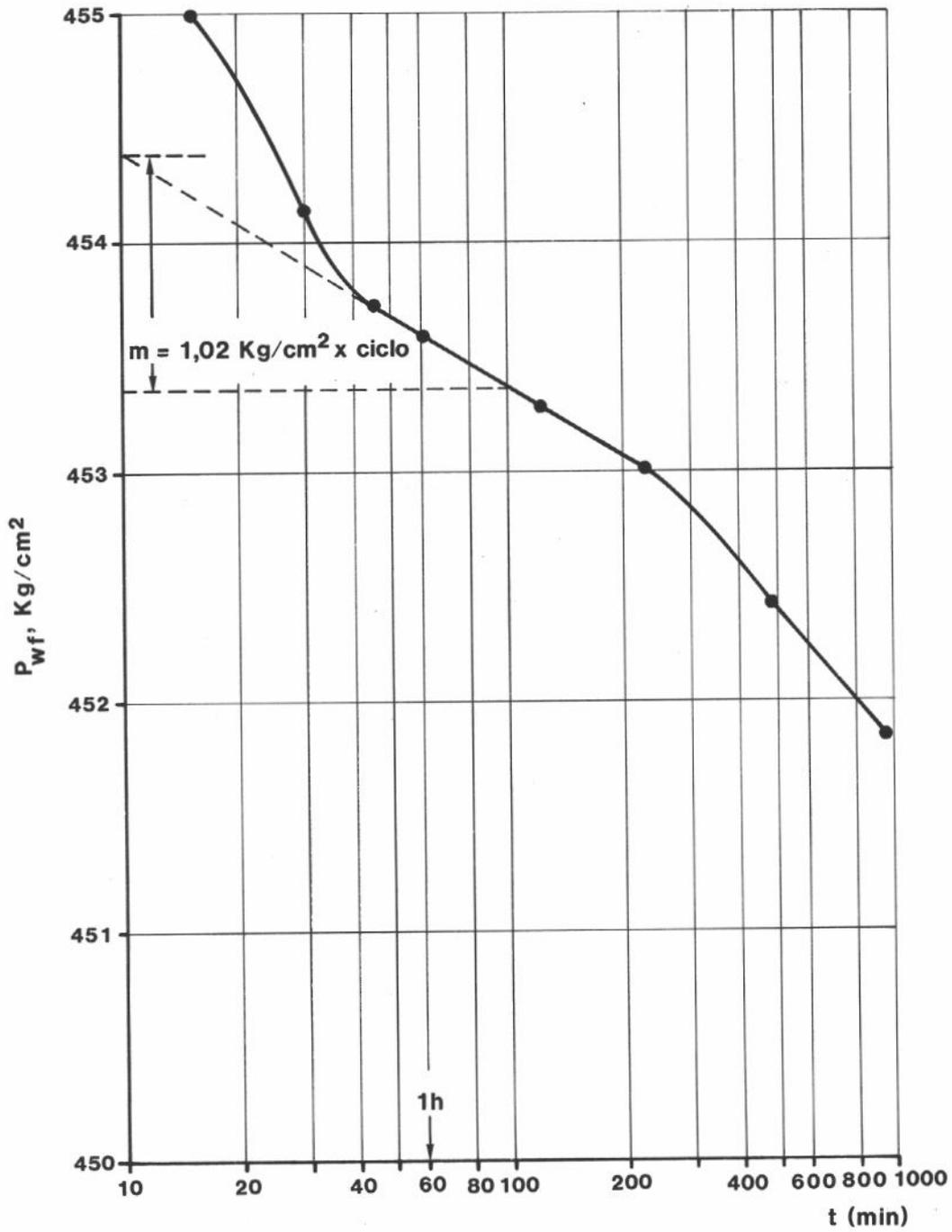


Fig. E 6/2.1

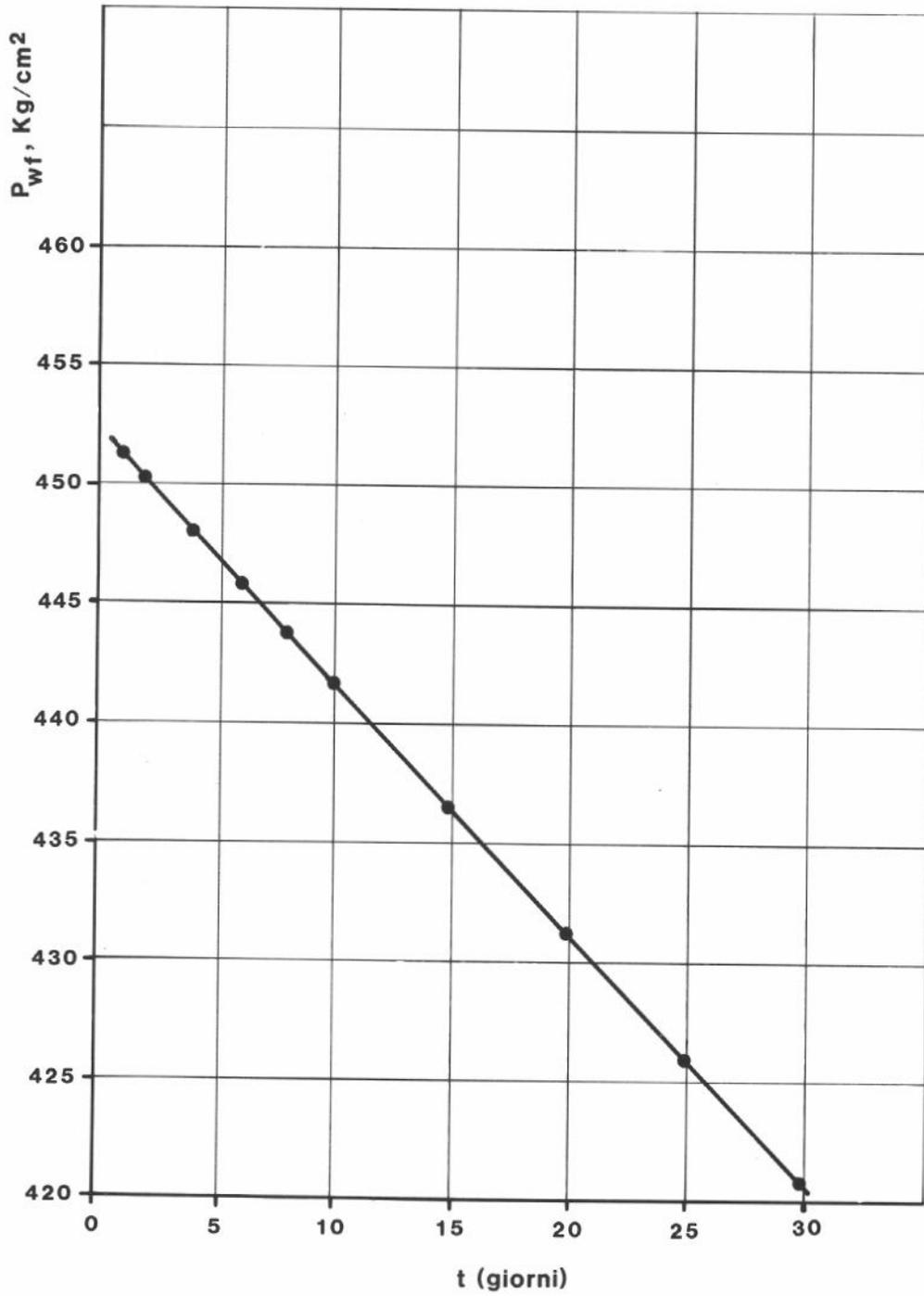


Fig. E 6/2.2

Prendiamo ora un punto, sulla curva $p_{wf} = f(t)$, che cada certamente in regime pseudo-stazionario. Sia, ad es., il punto:

$$\begin{cases} t = 30 \text{ g} \\ p_{wf} = 420,76 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

sarà:
$$p_D(30 \text{ g}) = 5,2541 \cdot 10^{-2} \frac{185 \times 58}{550 \times 1,68 \times 0,54} [465 - 420,76] - 6,77$$

cioè:
$$p_D(30 \text{ g}) = 43,216$$

D'altra parte, dalla relazione, espressa in unità metriche pratiche (Tab. 6.1):

$$t_{DA} = 5,807 \cdot 10^{-6} \frac{k_o t}{\phi \mu_o c_t A}$$

abbiamo:
$$t_{DA}(30 \text{ giorni}) = 5,807 \cdot 10^{-6} \frac{185 \times 30 \times 1440}{0,25 \times 0,54 \times 3,75 \cdot 10^{-4} \times 162.000} = 5,66$$

Con facili passaggi, l'Eq. 6.22 può essere anche scritta nella maniera seguente:

$$\ln C_A = 4\pi t_{DA} + \ln \frac{A}{r_w^2} - 2 p_D(t_{DA}) + 0,809$$

e cioè, nel nostro caso:

$$\ln C_A = 4\pi \times 5,66 + \ln \frac{162.000}{0,12224^2} - 2 \times 43,216 + 0,809$$

da cui: $C_A = 5,48$

Confrontando tale valore di C_A con quelli riportati in Fig. 5.7 si può ragionevolmente ipotizzare per il giacimento una forma approssimativamente rettangolare (in pianta) con rapporto dei lati 4:1 e pozzo centrale ($C_A = 5,38$), anche se non è possibile escludere altre forme (quadrata e rettangolare con rapporto dei lati 2:1, entrambe con pozzo eccentrico) che hanno $C_A = 4,51$.

Esercizio 6.3

Il pozzo di cui all'esercizio 6.2 viene mantenuto in produzione per ulteriori 43 giorni, producendo complessivamente 33.720 m³ di olio stock tank. Esso viene poi chiuso e viene misurata, con uno strumento di precisione, la risalita della pressione a fondo-pozzo.

Al momento della chiusura il pozzo produceva con una portata stabilizzata di 562 m³/g stock tank ed una pressione di fondo flowing $p_{wf} = 391,74 \text{ kg/cm}^2$. I dati ottenuti dalla risalita di pressione sono i seguenti:

Δt	$p_{ws}, \text{ kg/cm}^2$
1'	392,30
5'	394,26
10'	395,38
20'	396,66
30'	397,62
40'	398,06
1 h	398,32
1 h 30'	398,48
2 h	398,60
3 h	398,76
4 h	398,87
5 h	398,96
6 h	399,03
8 h	399,14
10 h	399,20
12 h	399,24
18 h	399,28
24 h	399,34

Utilizzando anche i dati ed i risultati già forniti all'esercizio 6.2, nonché i dati termodinamici dell'olio al di sotto della pressione iniziale di giacimento forniti nell'esercizio 2.3, calcolare dalla risalita di pressione i parametri caratteristici del pozzo e della sua area di drenaggio.

Soluzione

Poiché il pozzo ha erogato 33.720 m³ STO di olio e la sua portata stabilizzata prima della chiusura era di 562 m³/giorno STO, il tempo equivalente di produzione ai fini dell'interpretazione della risalita di pressione è (Eq. 6.55):

$$\bar{t} = \frac{33.720}{562} = 60 \text{ giorni}$$

Come si vede dall'andamento di p_{ws} , la pressione nell'area di drenaggio è scesa a circa 400 kg/cm²; è quindi opportuno ricalcolare i valori di B_o e di μ_o a tale valore di pressione.

Con i dati di cui all'esercizio 2.3 si ha:

$$A \text{ } 400 \text{ kg/cm}^2: \quad B_o = 1,71$$

$$\mu_o = 0,50 \text{ cP}$$

$$\text{Essendo:} \quad \bar{t} = 60 \text{ giorni} = 86.400'$$

avremo:

Δt	$\frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t}$	p_{ws} , kg/cm ²
1'	86.401	392,30
5'	17.281	394,26
10'	8.641	395,38
20'	4.321	396,66
30'	2.881	397,62
40'	2.161	398,06
1 h	1.441	398,32
1 h 30'	961	398,48
2 h	721	398,60
3 h	481	398,76
4 h	361	398,87
5 h	289	398,96
6 h	241	399,03
8 h	181	399,14
10 h	145	399,20
12 h	121	399,24
18 h	81	399,28
24 h	61	399,34

Riportando in diagramma (Fig. E 6/3.1) p_{ws} in funzione di $\log \frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t}$ si osserva che il tratto lineare della curva è compreso fra $\Delta t = 1$ ora e $\Delta t = 8$ ore.

Per $\Delta t < 1$ ora la curva è dominata dai fenomeni di post-produzione (afterflow) e dallo smorzarsi dell'effetto di skin.

Per $\Delta t > 8$ ore la curva si scosta dall'andamento lineare, risentendo dell'effetto di limite (area di drenaggio limitata).

Per il tratto lineare della curva :

$$m = \frac{dp_{ws}}{d \log \frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t}} = 0,9067 \frac{\text{kg/cm}^2}{\text{ciclo}}$$

Essendo, in unità metriche pratiche:

$$m = 21,907 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h}$$

se ne ricava: $k_o = 21,907 \frac{562 \times 1,71 \times 0,50}{0,9067 \times 58} = 200 \text{ md}$

valore che riconferma sostanzialmente quello ($k_o = 185 \text{ md}$) trovato nell'interpretazione della curva di declino della pressione (esercizio 6.2).

Per il calcolo dello skin effect si ha, sempre in unità metriche pratiche:

$$S = 1,151 \left(\frac{p_{ws(LIN)}(1h) - p_{wf}}{m} - \log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 3,107 \right)$$

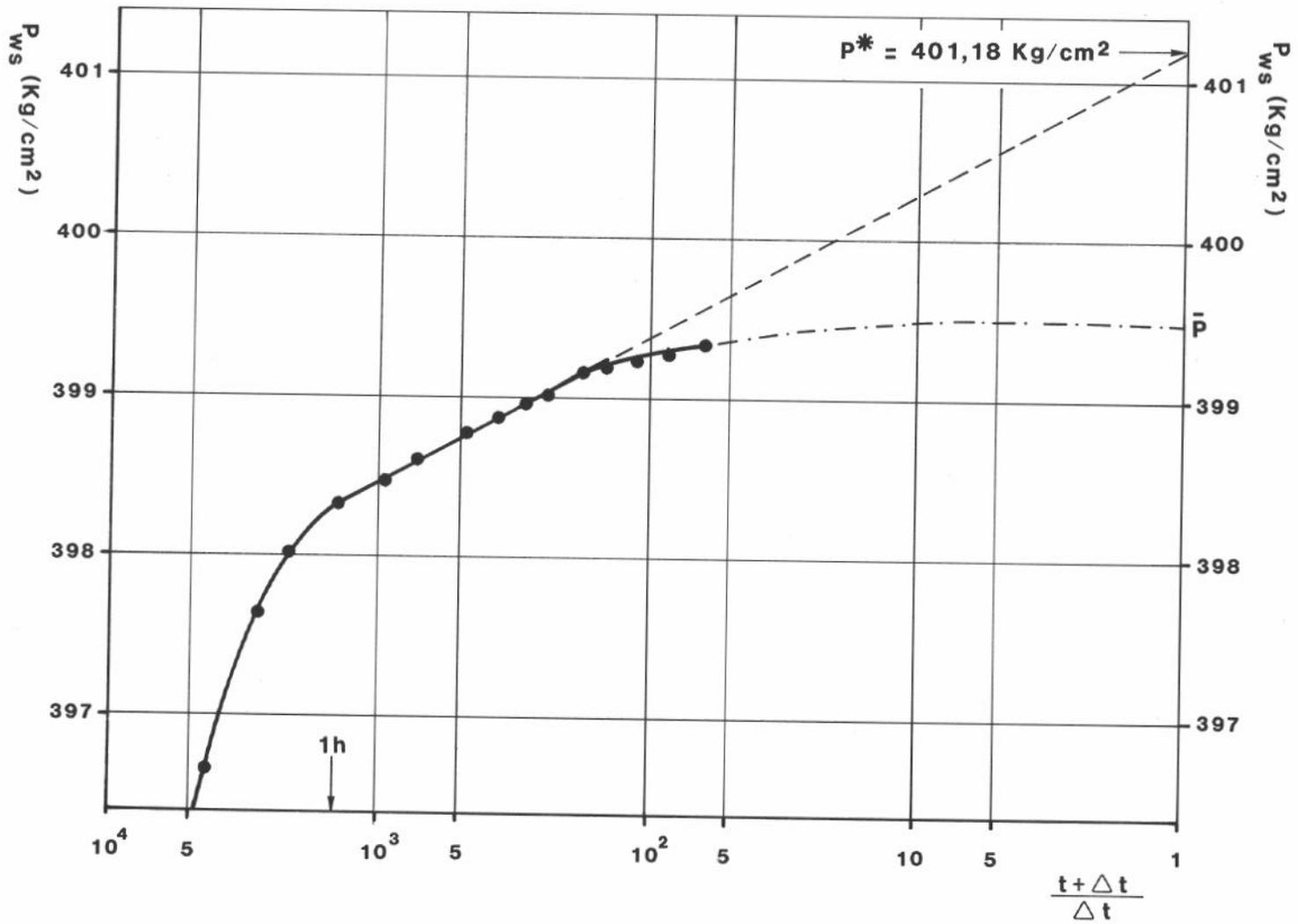


Fig. E 6/3.1

Nel nostro caso si ha:

$$p_{ws(LIN)}(1h) \equiv p_{ws}(1h) = 398,32 \text{ kg/cm}^2$$

$$p_{wf} = 391,74 \text{ kg/cm}^2$$

$$m = 0,9067 \text{ kg/cm}^2/\text{ciclo}$$

$$r_w = 0,12224 \text{ m}$$

$$\log \frac{k_o}{\phi \mu_o c_t r_w^2} = \log \frac{200}{0,25 \times 0,50 \times 3,75 \cdot 10^{-4} \times 0,12224^2} = 8,45566$$

$$\text{da cui: } S = 1,151 \left(\frac{398,32 - 391,74}{0,9067} - 5,349 \right) = 2,20$$

Si vede che tale valore è nettamente inferiore a quello ($S = 6,77$) determinato sulla base dell'interpretazione della prova di produzione (esercizio 6.2).

Tale diminuzione può essere dovuta, in linea di principio, al lavaggio dell'intorno del pozzo da residui del filtrato del fango, "lavaggio" dovuto al flusso prolungato di olio.

Estrapolando a $\frac{\bar{t} + \Delta t}{\Delta t} = 1$ il tratto lineare della curva di Fig. 6/3.1 si ha:

$$p^*(\bar{t}) = 401,18 \text{ kg/cm}^2$$

ed essendo (Eq. 6.57):

$$p^*(t_n) = p^*(\bar{t}) + m \log \frac{t_n}{\bar{t}} = 401,18 + 0,9067 \log \frac{73}{60}$$

$$\text{si ha: } p^*(t_n) = 401,26$$

Nell'esercizio 6.2 si è calcolato che l'area di drenaggio del pozzo in esame sia di 162.000 m^2 e che la sua forma sia approssimativamente rettangolare, con rapporto dei lati 4:1 e pozzo al centro.

Il tempo adimensionale t_{DA} (Eq. 6.16) corrispondente al tempo equivalente di produzione di 60 giorni sarà (esprimendo tutte le grandezze nel sistema metrico pratico):

$$t_{DA} = 5,807 \cdot 10^{-6} \frac{200 \times 60 \times 1440}{0,25 \times 0,5 \times 3,75 \cdot 10^{-4} \times 162.000} = 13,21$$

Dal diagramma di Fig. 6.9 si vede che per tale valore di t_{DA} la curva $p_{D(MBH)} = f(t_{DA})$ ha già raggiunto l'andamento lineare. Pertanto, $p_{D(MBH)}$ può essere calcolato con l'equazione 6.21:

$$p_{D(MBH)}(t_{DA}) = \ln(C_A t_{DA})$$

ove per la geometria in esame:

$$C_A = 5,379$$

come risulta da Fig. 5.7.

Si ha quindi: $p_{D(MBH)}(13,21) = \ln(13,21 \times 5,379) = 4,263$

Indicando con \bar{p} la pressione media nell'area di drenaggio del pozzo, si ha poi dall'Eq. 6.50, esprimendo tutte le grandezze in unità metriche pratiche:

$$\bar{p} = p^*(t_n) - 9,516 \frac{q_{sc} B_o \mu_o}{k_o h} p_{D(MBH)}(t_{DA})$$

e quindi, nel nostro caso:

$$\bar{p} = 401,26 - 9,516 \frac{562 \times 1,71 \times 0,50}{200 \times 58} 4,263 = 399,58 \text{ kg/cm}^2$$

Si ha poi:

Indice di produttività

$$PI = J = \frac{562}{399,58 - 391,74} = 71,7 \frac{\text{m}^3}{\text{g} \times \text{kg/cm}^2}$$

$$\Delta p_s = 0,869 \text{ m S} = 0,869 \times 0,9067 \times 2,2 = 1,73 \text{ kg/cm}^2$$

e quindi:

Fattore di completamento

$$CF = \frac{\frac{562}{399,58 - 391,74}}{\frac{562}{399,58 - 391,74 - 1,73}} = 77,7\%$$

Riassumendo si ha:

	<i>Da prova di produzione</i>	<i>Da risalita di pressione</i>
Pressione (kg/cm ²)	465 (iniziale)	399,58
Permeabilità (md)	185	200
Skin effect (ad)	6,77	2,20
PI ($\frac{\text{m}^3}{\text{g} \times \text{kg/cm}^2}$)	40,2	71,7
CF (ad)	56,1%	77,7%
Area di drenaggio (m ²)	162.000	—
Forma dell'area di drenaggio	rettangolare; lati nel rapporto 4:1; pozzo al centro	

7. L'interpretazione delle prove di produzione nei pozzi a gas

7.1. Introduzione

Al Cap. 5.3 l'equazione di diffusività per flusso radiale:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} \rho r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi c_t \rho \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.6)$$

è stata linearizzata nell'equazione, valida solo per liquidi a comprimibilità costante:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.10)$$

Le ipotesi fatte per passare dalla 5.6 alla 5.10 sono, ricordiamo:

1. μ e c_t indipendenti dalla pressione
2. k pure indipendente dalla pressione
3. $\partial p / \partial r$ piccolo, e quindi $(\partial p / \partial r)^2$ trascurabile.

Mentre queste ipotesi sono abbastanza valide nel caso dei liquidi (olio sopra il punto di bolla, acqua), l'ipotesi 1 non è assolutamente accettabile per i gas. Per essi si ha infatti:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)_T \quad \dots (2.8a)$$

e, sviluppando in serie la 2.13a ed arrendendosi al primo termine:

$$\mu_g = \mu_{g,sc} \left[1 + A \left(\frac{p}{z} \right)^B \right] \quad \dots (7.1)$$

In altre parole, sia c_t che μ_g che il loro prodotto ($c_t \mu_g$) sono una funzione di p . L'ipotesi 2 è comune al caso dei gas e dei liquidi.

Per quanto riguarda l'ipotesi 3, non sempre $\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2$ è trascurabile date le elevate velocità di flusso dei gas, soprattutto nell'intorno dei pozzi.

La linearizzazione dell'equazione di diffusività per flusso radiale dei gas richiede quindi un approccio diverso da quello dei liquidi, approccio che qua descriveremo non prima di aver introdotto una nuova grandezza, della quale ci serviremo appunto per il processo di linearizzazione.

7.2 La pseudo-pressione $m(p)$ del gas reale

La nozione di "pseudo-pressione del gas reale", $m(p)$, è stata introdotta nel 1966 da Al-Hussainy, Ramey e Crawford¹ della Texas A&M University, che hanno impiegato a tale scopo una versione della trasformata di Leibenzon:

$$m(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu z} dp \quad \dots (7.2)$$

ove p_0 è una qualsiasi pressione di riferimento e $\mu = \mu(p, T)$; $z = z(p, T)$.

La scelta di p_0 è indifferente. Infatti, per un processo isoterma, una variazione da $m(p_1)$ a $m(p_2)$ della pseudo-pressione del gas reale è data da:

$$\begin{aligned} m(p_1) - m(p_2) &= 2 \int_{p_0}^{p_1} \frac{p}{\mu z} dp - 2 \int_{p_0}^{p_2} \frac{p}{\mu z} dp = \\ &= 2 \int_{p_2}^{p_1} \frac{p}{\mu z} dp \quad \dots (7.3) \end{aligned}$$

Le dimensioni di $m(p)$ sono $[m L^{-1} t^{-3}]$: l'unità di misura è il Pa/s [nel sistema metrico pratico $\left(\frac{kg}{cm^2}\right)^2 \frac{1}{cp}$ e nel sistema di campo USA $\frac{(psi)^2}{cp}$].

Come si può vedere in Fig. 7.1, $m(p)$ è una funzione non lineare di p , che tende a linearizzarsi per pressioni sufficientemente alte (in genere, $p > 20$ MPa).

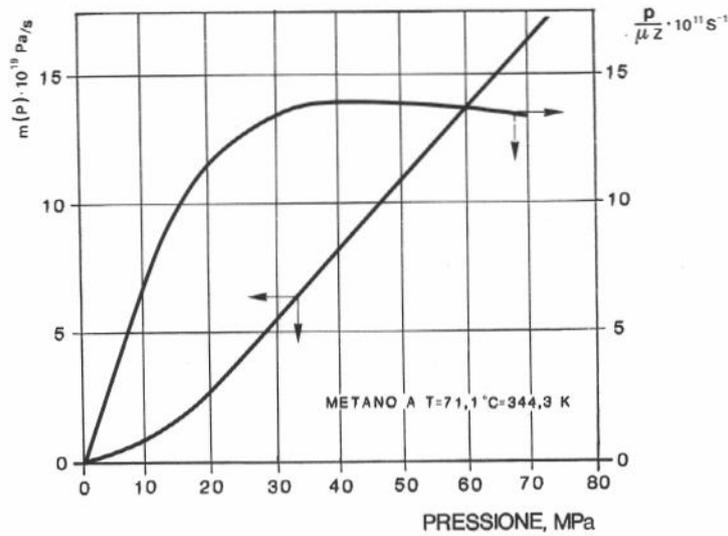


Fig. 7.1 - Andamento di $p/\mu z$ e di $m(p)$ in funzione di p per il metano a $71,1^\circ\text{C}$.

7.3. Linearizzazione dell'equazione di diffusività per i gas reali mediante la funzione $m(p)$

Partendo dall'equazione di diffusività in coordinate radiali:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} \rho r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi c_t \rho \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (5.6)$$

si introducano nella stessa le seguenti relazioni⁴:

$$\rho = \frac{M p}{zRT} \quad \dots (7.4a)$$

$$\frac{\partial m}{\partial r} = \frac{dm}{dp} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2 p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots (7.4b)$$

da cui: $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu z}{2 p} \frac{\partial m}{\partial r} \quad \dots (7.4b')$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{dm}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{2 p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots (7.4c)$$

da cui: $\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu z}{2 p} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \dots (7.4c')$

si ha: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} r \frac{M p}{zRT} \frac{\mu z}{2 p} \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \phi c_t \frac{M p}{zRT} \frac{\mu z}{2 p} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \dots (7.5a)$

e, semplificando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_g c_g}{k} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \dots (7.5b)$$

Si noti che, trascurando $c_t \ll c_g$, nel passaggio dalla 7.5a alla 7.5b si è posto $c_t = c_g$.

La 7.5b è l'equazione di diffusività in coordinate radiali per i gas reali. Tale equazione è lineare solo se:

$$\frac{\phi \mu_g c_g}{k} = \text{cost.} \quad \dots (7.6)$$

Si legge spesso che tale condizione è abbastanza ben soddisfatta in quanto ϕ e k sono considerate pressochè indipendenti dalla pressione, ed il prodotto $(\mu_g c_g)$ è pressochè costante, dato che μ_g cresce proporzionalmente a p mentre c_g è inversamente proporzionale a p .

Di fatto $(\mu_g c_g)$ non è costante, come si può vedere ad esempio dalla Fig. 7.2 che si riferisce a metano puro a $T = 71,1^\circ\text{C} = 344,3 \text{ K}$.

$(\mu_g c_g)$ varia, in questo caso, di circa un ordine di grandezza al passare della pressione da 5 a 15 MPa e si dimezza quando la pressione cresce da 15 a 30 MPa.

Tale comportamento è, d'altra parte, facilmente prevedibile ricordando le 2.8a e 7.1 da cui, trascurando per semplicità il termine nella derivata di z , si ha:

$$\mu_g c_g = \mu_{g,sc} \left[\frac{1}{p} + \frac{A}{z} \left(\frac{p}{z} \right)^{B-1} \right] \quad \dots (7.7)$$

Pertanto, l'affermazione che la 7.5b è linearizzata è quanto meno impropria.

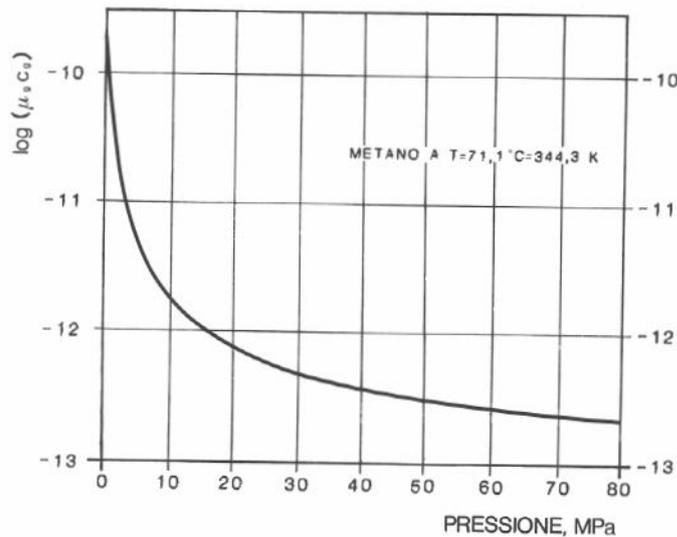


Fig. 7.2 - Andamento di $\mu_g c_g$ in funzione di p per il metano a $71,1^\circ\text{C}$.

Di fatto, *si assume* che, in un campo limitato di pressioni, il coefficiente $\phi \mu_g c_g/k$ vari poco: in pratica si assume per $\mu_g c_g$ il valore $\mu_i c_i$ calcolato in corrispondenza delle condizioni iniziali p_i .

La non perfetta linearità della 7.5b, ha, a rigore, due conseguenze²:

1. le soluzioni che si ottengono della 7.5b sono solo approssimate. L'approssimazione è tanto migliore quanto più piccolo è il valore di Δp all'interno del quale si svolge il flusso del gas,
2. il teorema di sovrapposizione, o di Duhamel (Cap. 5.7), non sarebbe, a rigore, applicabile allo studio del flusso di gas in giacimento. Ricordiamo infatti che tale teorema è valido solo nel caso di equazioni differenziali lineari, e cioè a coefficienti costanti.

Si osservi all'incontro che, a differenza di quanto avvenuto nel processo di linearizzazione della 5.6, relativa a flusso di fluidi a comprimibilità costante, nella linearizzazione della stessa equazione per il caso dei gas *non* si è trascurato il termine in $(\partial p/\partial r)^2$.

Pertanto l'equazione linearizzata 7.5b tiene conto anche dei termini di secondo grado in $(\partial p/\partial r)$, e costituisce quindi un'approssimazione migliore della 5.10 rispetto all'equazione differenziale di partenza 5.6.

7.4. Equazione di diffusività per i gas in variabili adimensionali

Indicando con q la portata a p e T di giacimento, e con q_{sc} la portata in condizioni standard ($p_{sc} = 0,1013$ MPa e $T_{sc} = 288,2$ K), introduciamo ora la grandezza:

$$\frac{2 p}{\mu} z \frac{q \mu}{2 \pi k h} = \frac{q_{sc} T}{\pi k h} \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \quad \dots (7.8)$$

che si esprime in Pa/s, e cioè nelle stesse unità di $m(p)$. Di conseguenza il rapporto:

$$m_D(t_D, r_D) = \left[m(p_i) - m(p_{t,r}) \right] \frac{k h}{q_{sc} T} \frac{\pi T_{sc}}{p_{sc}} \quad \dots (7.9a)$$

sarà una grandezza adimensionale (*pseudo-pressione adimensionale del gas reale*).

Dalla 7.9a si ha poi:

$$m(p_i) - m(p_{t,r}) = \frac{q_{sc} T}{k h} \frac{p_{sc}}{\pi T_{sc}} m_D(t_D, r_D) \quad \dots (7.9b)$$

Ricorderemo inoltre le seguenti grandezze adimensionali:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad \dots (5.14a)$$

$$t_D = \frac{k}{\phi \mu_g c_g r_w^2} t \quad \dots (5.14b)$$

$$t_{DA} = \frac{k}{\phi \mu_g c_g A} t \quad \dots (6.16)$$

Tenendo conto delle 7.8; 5.14a; 5.14b e 6.16, la 7.5b può venire scritta come segue.

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad \dots (7.10)$$

che è formalmente analoga alla 5.15, valida per fluidi a comprimibilità e viscosità costanti.

La 7.10 è l'equazione di diffusività per i gas, in coordinate radiali, espressa in termini adimensionali.

Si noterà che nella 7.10 la pseudo-pressione adimensionale del gas reale, m_D , prende il posto della pressione adimensionale, p_D , nella 5.15.

Pertanto ogni soluzione della 5.15 è anche una soluzione della 7.10 con la semplice sostituzione di m_D al posto di p_D .

Questa considerazione è estremamente importante in quanto ci permette di utilizzare, per risolvere i problemi relativi a flusso transitorio, pseudo-stazionario e stazionario e per l'interpretazione delle risalite di pressione in giacimenti di gas, tutte le soluzioni già riportate ai Cap. 5 e 6.

Ad abundantiam, riportiamo all'attenzione del lettore quanto già scritto al Cap. 7.3:

- le soluzioni della 7.10 ottenute per semplice sostituzione del termine m_D nelle soluzioni in p_D della 5.15 sono soluzioni approssimate in quanto, a differenza di ciò che si verifica per i liquidi, il termine $(\mu_g c_g)$ non è costante. La soluzione sarà tanto più vicina al reale quanto più piccolo è l'intervallo Δm_D nel quale si sviluppa il fenomeno.

È pratica comune impiegare per il termine (μc) nelle 5.14 e 6.16 il valore di $(\mu_g c_g)$ calcolato in corrispondenza del più alto valore di m_D dell'intervallo in esame.

- a rigore, non sarebbe applicabile allo studio dei fenomeni di flusso dei gas il teorema di sovrapposizione, dato che la 7.10 non è propriamente un'equazione a coefficienti costanti, sempre a causa della variabilità di $(\mu_g c_g)$ con la pressione, e quindi con m_D .

7.5. Flusso in regime non-Darcy

Come è noto, l'equazione di Darcy

$$\mathbf{u} = - \frac{[k] \rho}{\mu} \text{grad } \Phi \quad \dots (3.31a)$$

esprime una relazione fra *velocità media* \mathbf{u} , ove:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{q}}{A}$$

e gradiente di potenziale. A è la *sezione totale* di flusso, comprendente pori e granuli di roccia. Statisticamente la sezione effettiva di flusso è pari a ϕA ; localmente la sezione di flusso varia da poro a poro e, soprattutto, da "coda" dei pori a "centro" dei pori.

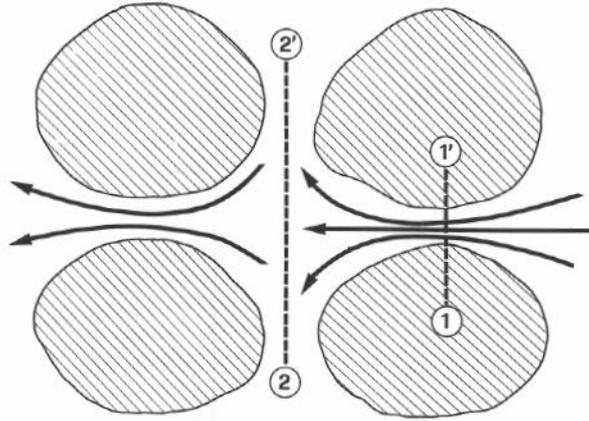


Fig. 7.3 - Effetti inerziali nel passaggio del gas dalla sezione ristretta alla sezione centrale di un poro.

Esaminiamo ora brevemente il fenomeno a scala microscopica, con riferimento alla Fig. 7.3 e supponendo il flusso orizzontale, per semplicità.

Ovviamente, la velocità v_1 nella sezione ristretta 1 sarà maggiore della velocità v_2 nella sezione centrale, 2, del poro.

Il fluido subisce pertanto una serie di accelerazioni e decelerazioni passando da poro a poro; la corrente di fluido ad alta velocità, v_1 , impatta contro il fluido a minor velocità, v_2 , nel centro del poro, con una perdita di energia cinetica per unità di massa pari ad $0,5 (v_1^2 - v_2^2)$.

Ciò può essere facilmente dimostrato ricordando il teorema di Bernoulli e la definizione di potenziale per unità di massa di cui alla 3.27.

Con riferimento alla Fig. 7.3, essendo nel nostro caso $z_1 = z_2$, si ha:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi^* &= \Phi_1^* - \Phi_2^* = \int_0^{p_1} \frac{dp}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} - \left(\int_0^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \right) = \\ &= \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) \quad \dots (7.11) \end{aligned}$$

Questo fenomeno, che viene impropriamente attribuito a "turbolenza", si verifica con qualsiasi fluido, olio, acqua o gas. Esso è tanto più rilevante quanto maggiore è la velocità media $(v_1 + v_2)/2$, essendo:

$$\frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) = (v_1 - v_2) \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \dots (7.12)$$

A parità di portata di massa (ρv) la velocità del gas in giacimento è molto maggiore di quella dell'olio, essendo $\rho_g \ll \rho_o$. Pertanto il fenomeno sopra descritto sarà più rilevante nei giacimenti di gas, e ciò soprattutto nelle vicinanze dei pozzi, dove ovviamente la velocità è più elevata.

Onde tenere conto del fenomeno sopra illustrato, per descrivere il flusso del gas nelle vicinanze del pozzo l'equazione di Darcy viene comunemente modificata come segue⁸:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu_g}{k} u_g + \beta \rho_g u_g^2 \quad \dots (7.13a)$$

ove, come al solito,

$$u_g = \frac{q_{sc} B_g}{2\pi r h} \quad \dots (7.13b)$$

β è denominato "*coefficiente di resistenza inerziale*", ed ha le dimensioni dell'inverso di una lunghezza, come si può facilmente ricavare dalla 7.13a.

La 7.13a è formalmente identica all'equazione di Forchheimer e viene talvolta impropriamente identificata con tale nome, anche se la vera equazione di Forchheimer descrive un fenomeno totalmente diverso. In particolare, il termine $\beta \rho u^2$ descrive la perdita di carico addizionale nel cosiddetto "regime di flusso non-Darcy", pertanto tutta la 7.13a potrebbe essere più propriamente definita come "*equazione per il flusso in regime non-Darcy*".

Con riferimento al flusso radiale piano di gas verso il pozzo, calcoliamo ora la perdita di carico addizionale $(\Delta p)_{nD}$ dovuta a fenomeni inerziali.

Nell'ipotesi di flusso in regime stazionario, tenendo conto della 7.13b e del fatto che:

$$\rho_g = \frac{\rho_{sc}}{B_g} = \frac{M}{23,645} \frac{1}{B_g} \quad \dots (7.13c)$$

ove M è il peso molecolare del gas, dalla 7.13a si ha:

$$(\Delta p)_{nD} = \int_{r_e}^{r_w} \beta \rho_g u_g^2 dr = 1,071 \cdot 10^{-3} \frac{\beta M q_{sc}^2}{h^2} \int_{r_w}^{r_e} \frac{B_g}{r^2} dr \quad \dots (7.14a)$$

Introducendo ora la pseudo-pressione del gas reale $m(p)$ definita come in 7.2, avremo:

$$\begin{aligned} \left[\Delta m(p) \right]_{nD} &= 1,071 \cdot 10^{-3} \frac{\beta M q_{sc}^2}{h^2} \int_{r_w}^{r_e} \frac{2p}{\mu_g z} \left(\frac{101325}{288,2} \frac{z}{p} T \right) \frac{dr}{r^2} \\ &= 0,753 \frac{\beta T M q_{sc}^2}{h^2} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{\mu_g r^2} \quad \dots (7.14b) \end{aligned}$$

La viscosità μ_g varia con la pressione, e quindi con il raggio. Poiché, come già detto, la perdita di pressione addizionale dovuta a fenomeni inerziali si concentra soprattutto nelle vicinanze del pozzo, una buona approssimazione è di assumere per μ_g il valore costante $(\mu_g)_w$ della viscosità del gas alla pressione p_{wf} di fondo pozzo. Con tale approssimazione la 7.14b è facilmente integrabile.

Si ha precisamente:

$$\left[\Delta m(p) \right]_{nD} = 0,753 \frac{\beta T M q_{sc}^2}{h^2 (\mu_g)_w} \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e} \right) \quad \dots (7.15a)$$

e, trascurando il termine $1/r_e$, molto piccolo rispetto ad $1/r_w$:

$$\left[\Delta m(p) \right]_{nD} = 0,753 \frac{\beta T M}{r_w (\mu_g)_w h^2} q_{sc}^2 = F q_{sc}^2 \quad \dots (7.15b)$$

avendo posto:

$$F = 0,753 \frac{\beta T M}{r_w (\mu_g)_w h^2} \quad \dots (7.16)$$

F è denominato "coefficiente per flusso in regime non-Darcy", ed ha le dimensioni $[m L^{-7} t^{-1}]$; in unità SI esso si esprime in $(Pa \cdot s)/m^6$.

Il valore di F viene determinato, come diremo in seguito, mediante prove di produzione eseguite con almeno due diverse portate. Si noti che il termine $F q_{sc}^2$ costituisce una caduta di pressione addizionale, concentrata nelle vicinanze del pozzo, che si aggiunge alla caduta di pressione in regime di Darcy.

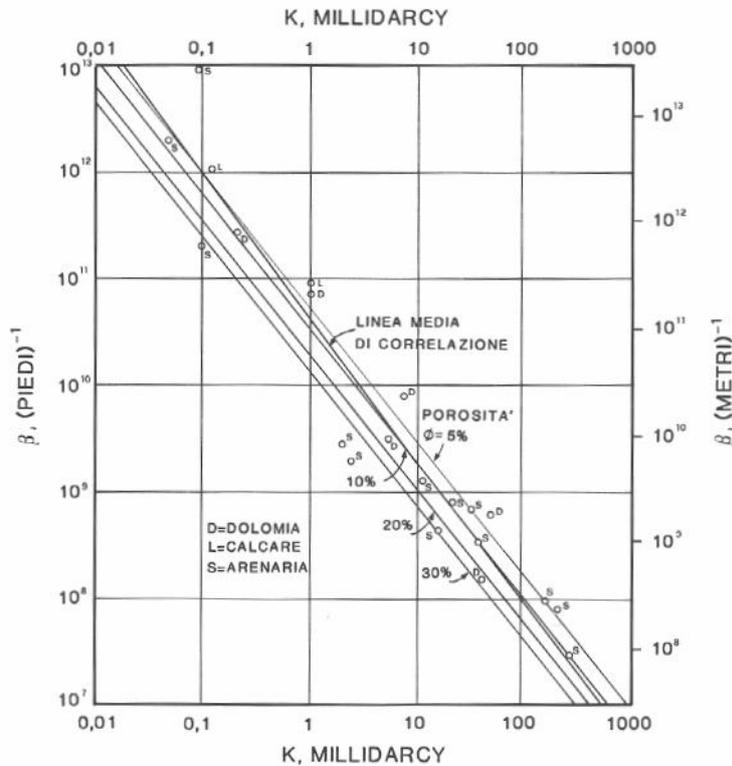


Fig. 7.4 - Andamento del coefficiente β in funzione di k e ϕ . Da Ref. 8.

Sotto questo aspetto, essa può essere quindi considerata *come uno skin effect addizionale* che si aggiunge a quello già dovuto ai fattori trattati al Cap. 5.6.1.2, con la sostanziale differenza che la relativa caduta di pressione è proporzionale al *quadrato della portata*, anziché alla prima potenza della portata stessa.

Per completezza di informazione, ricorderemo poi che il valore di β che compare nella 7.16 può essere determinato mediante misure di laboratorio⁷ eseguite su carote con portate di gas progressivamente crescenti.

Si osservi che, in genere, β aumenta col diminuire di k (Fig. 7.4) secondo una relazione del tipo:

$$\log \beta = C - n \log k \quad \dots (7.17)$$

Pertanto l'influenza dei fenomeni inerziali nella formazione di uno skin effect addizionale è tanto maggiore quanto minore è la permeabilità della roccia.

7.6. Flusso radial-piano del gas verso il pozzo

7.6.1. Flusso in regime transitorio

L'analogia formale esistente (nell'ipotesi $\mu_g c_g = \text{costante}$) fra l'equazione 7.10 per il flusso radial-piano di gas espressa in termini adimensionali e la corrispondente equazione 5.15 per il flusso radial-piano di liquidi a comprimibilità costante ci permette di utilizzare le soluzioni di quest'ultima (Cap. 5.6.1) per descrivere il flusso di gas verso il pozzo in regime transitorio.

Dalla 5.35 deduciamo per analogia l'equazione in termini adimensionali per il flusso in regime transitorio del gas verso il pozzo:

$$m_D(1, t_D) = \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0,809 \right) + S' \quad \dots (7.18)$$

ove il termine S' congloba lo skin effect vero e proprio (S) e la perdita di carico addizionale dovuta a flusso in regime non-Darcy ($F q_{sc}^2$).

Passando a grandezze dimensionali, dalle 7.18, 7.9, 5.14b e 7.15b si ha:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{q_{sc}}{2\pi k h} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \left(\ln \frac{k}{\phi \mu_g c_g r_w^2} t + \right. \\ \left. + 0,809 + 2 S \right) + F q_{sc}^2 \quad \dots (7.19a)$$

e cioè, in unità SI:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = 55,956 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_g c_g r_w^2} + 0,809 + 2 S + 2 D q_{sc} \right) \quad \dots (7.19b)$$

avendo posto:

$$D = \frac{\pi k h T_{sc}}{p_{sc} T} F = \beta \frac{M}{23,645} \frac{k}{2\pi r_w h} \frac{1}{(\mu_g)_w} \quad \dots (7.20)$$

D ha le dimensioni $[L^{-3} t]$; in unità SI è espresso in s/m^3 .

Dalle 7.18 e 7.19b si ha poi:

$$S' = S + D q_{sc} \quad \dots (7.21)$$

Si noti che la portata q_{sc} comprende anche quei fluidi (condensati da gas naturale) che in condizioni di superficie si presentano come liquidi. Indicando con $(q_g)_{sc}$ la portata di gas in superficie, q_L la portata di idrocarburi liquidi in condizioni stock tank, ρ_L la loro densità e M_L il loro peso molecolare, si ha:

$$q_{sc} = (q_g)_{sc} + \frac{q_L \rho_L}{M_L} \cdot 23,645 \quad \dots (7.19c)$$

La 7.19 permette di calcolare $m(p_{wf})$ lungo tutto il transitorio (Cap. 5.6) in funzione di q_{sc} , delle caratteristiche dello strato (ϕ , k , h , T) e del gas, tenendo conto dello skin effect S e dell'effetto non-Darcy, espresso mediante il termine D .

7.6.2. Flusso in regime pseudo-stazionario

Dalla 5.44b, valida per flusso in regime pseudo-stazionario di fluidi a comprimibilità costante, passando attraverso l'equazione scritta in termini adimensionali:

$$p_{D,wf} - p_{D,e} = \ln r_D - \frac{1}{2} + S \quad \dots (5.44c)$$

si ha, per analogia formale, l'equazione in termini adimensionali per il flusso di gas in regime pseudo-stazionario verso il pozzo:

$$m_D(p_{wf}) - m_D(p_e) = \ln r_D - \frac{1}{2} + S' \quad \dots (7.22)$$

ovverosia, in termini dimensionali:

$$m(p_e) - m(p_{wf}) = \frac{q_{sc}}{\pi k h} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S + D q_{sc} \right) \quad \dots (7.23a)$$

o anche, in unità SI:

$$m(p_e) - m(p_{wf}) = 111,91 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S + D q_{sc} \right) \quad \dots (7.23b)$$

Volendo esprimere $m(p_{wf})$ in funzione del valore medio $m(\bar{p})$ della pseudo-pressione del gas nell'area di drenaggio, ricorreremo all'analogia formale con la 5.46, valida per flusso radial-piano di fluidi a comprimibilità costante.

In variabili adimensionali la 5.46 si scrive:

$$p_D(1, t_D) - \bar{p}_D(t_D) = \ln r_D - \frac{3}{4} + S \quad \dots (5.46bis)$$

da cui, per analogia formale:

$$m_D(p_{wf}) - m_D(\bar{p}) = \ln r_D - \frac{3}{4} + S' \quad \dots (7.24)$$

In variabili dimensionali:

$$\begin{aligned} m(\bar{p}) - m(p_{wf}) &= \frac{q_{sc}}{\pi k h} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S + D q_{sc} \right) = \\ &= 111,91 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S + D q_{sc} \right) \quad \dots (7.25) \end{aligned}$$

Per aree di drenaggio a geometria qualsiasi si ha dalla 5.47, con qualche semplice passaggio:

$$\begin{aligned} m(\bar{p}) - m(p_{wf}) &= 55,955 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{A}{C_A r_w^2} + 0,809 + \right. \\ &\quad \left. + 2 S + 2 D q_{sc} \right) \quad \dots (7.26) \end{aligned}$$

ove A è l'area di drenaggio del pozzo e C_A è un fattore di forma, funzione della geometria dell'area di drenaggio, il cui valore è riportato in Fig. 5.7.

7.6.3. Flusso in regime stazionario

Dalle 5.53 e 5.54, relative a flusso radiale piano di fluidi incomprimibili, si ha, con la stessa trattazione formale di cui ai capitoli precedenti, ed esprimendo tutte le grandezze in unità SI:

$$m(p_e) - m(p_{wf}) = 111,91 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S + D q_{sc} \right) \quad \dots (7.27a)$$

e

$$m(\bar{p}) - m(p_{wf}) = 111,91 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S + D q_{sc} \right) \quad \dots (7.27b)$$

valide per flusso radiale di gas verso il pozzo in un'area di drenaggio avente geometria circolare.

7.6.4. Soluzione generale dell'equazione di diffusività dei gas

La soluzione generale dell'equazione di diffusività dei gas, espressa in variabili adimensionali:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad \dots (7.10)$$

soluzione valida per qualsiasi valore di t_D , può essere direttamente ottenuta dalla 6.20 basandosi sull'analogia formale fra la 7.10 e l'equazione di diffusività per i liquidi in variabili adimensionali, 5.15.

Dalla 6.20 si ha:

$$m_D(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln t_{DA} - \frac{1}{2} m_{D(MBH)}(t_{DA}) + \frac{1}{2} \ln \frac{A}{r_w^2} + 0,405 \quad \dots (7.28)$$

ove la funzione $m_{D(MBH)}(t_{DA})$ viene letta, in funzione di t_{DA} , sui diagrammi di Matthews, Brons e Hazebroek (Figg. 6.5 a 6.11) analogamente a quanto detto al Cap. 6.4 per i fluidi a comprimibilità costante.

La 7.28 copre tutto il campo dal transitorio, al tardo-transitorio, allo pseudo-stazionario, allo stazionario, ed è valida per qualunque geometria dell'area di drenaggio per la quale sia nota la funzione $m_{D(MBH)}(t_{DA}) = P_{D(MBH)}(t_{DA})$.

Una volta nota la soluzione $m_D(t_{DA})$, dalla definizione stessa di m_D si ha:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{q_{sc}}{\pi k h} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} m_D(t_{DA}) \quad \dots (7.29a)$$

e cioè, in unità SI:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = 111,91 \frac{q_{sc} T}{k h} m_D(t_{DA}) \quad \dots (7.29b)$$

7.7. Confronto fra la soluzione in $m(p)$ e la soluzione in p^2 dell'equazione di flusso dei gas

L'impiego della funzione $m(p)$, pseudo-pressione del gas reale, ci ha permesso di risolvere in maniera abbastanza rigorosa l'equazione di flusso del gas in giacimento, nei vari regimi dal transitorio allo stazionario.

In precedenza all'introduzione della funzione $m(p)$ (ed ancor ora, per inerzia mentale, in alcuni ambienti) era pratica comune il descrivere il flusso del gas in giacimento *impiegando le equazioni per liquidi a comprimibilità costante*, ed introducendo in esse come portata il valore della *portata di gas misurata alla pressione media aritmetica* fra valore minimo e massimo nell'intervallo considerato.

Spieghiamoci con un piccolo esempio.

In regime transitorio si ha, per gli oli:

$$\frac{2\pi k_o h}{q_{sc} B_o \mu_o} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_o c_t r_w^2} + 0,809 + 2 S \right) \quad \dots (6.2)$$

ove $q_{sc} B_o = q$ è la portata di olio in condizioni di giacimento.

Alla pressione media *aritmetica*:

$$\bar{p} = \frac{p_i + p_{wf}}{2} \quad \dots (7.30a)$$

cui corrisponde un valore del fattore di comprimibilità $\bar{z} = \bar{z}(\bar{p})$ ed una viscosità $\bar{\mu}_g = \bar{\mu}_g(\bar{p})$ si ha, in unità SI:

$$\bar{B}_g = \frac{2 \bar{z} T}{p_i + p_w} \frac{101,325}{288,2} \quad \dots (7.30b)$$

e quindi:

$$q = q_{sc} \bar{B}_g = 703,16 \frac{\bar{z} T}{p_i + p_w} q_{sc} \quad \dots (7.31)$$

Introducendo $q_{sc} \bar{B}_g$ al posto di $q_{sc} B_0$ nella 6,2, ed S' al posto di S per tener conto degli effetti non-Darcy, si ha:

$$p_i^2 - p_{wf}^2 = 55,956 \frac{q_{sc} \bar{z} \bar{\mu}_g T}{k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_g c_g r_w^2} + 0,809 + 2 S' \right) \dots (7.32)$$

equazione che diviene identica alla 7.19b, già da noi fornita, se si verifica l'identità:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{p_i^2 - p_{wf}^2}{\bar{z} \bar{\mu}_g} \dots (7.33a)$$

o anche

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \frac{2p}{\mu_g z} dp = \frac{p_i^2 - p_{wf}^2}{\bar{z} \bar{\mu}_g} \dots (7.33b)$$

ed infine

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \frac{p}{\mu_g z} dp = (p_i - p_{wf}) \frac{p_i + p_{wf}}{2 \bar{z} \bar{\mu}_g} \dots (7.33c)$$

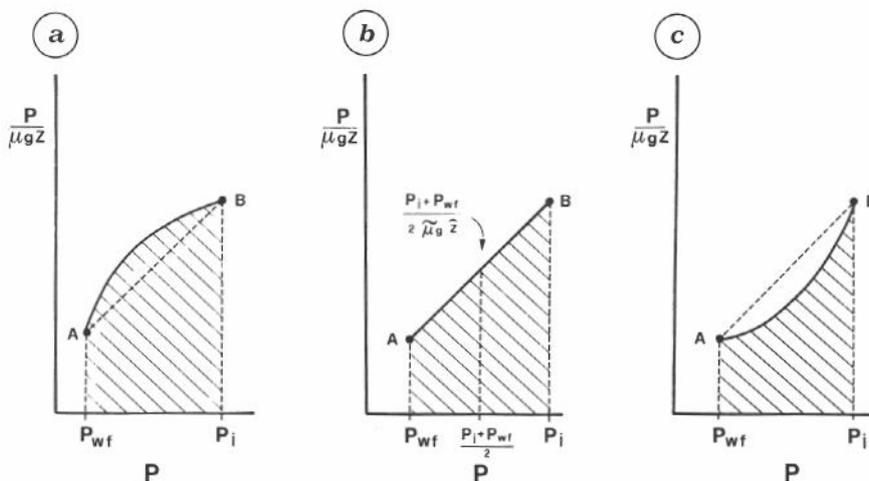


Fig.7.5 - Confronto fra le soluzioni in $m(p)$ ed in p^2 dell'equazione di diffusività dei gas in coordinate radiali (vedi Eq. 7.33).

Visualizziamo la situazione in un diagramma (Fig. 7.5) che riporti $p/\mu_g z$, in ordinate, in funzione di p , in ascisse. Siano A e B i punti estremi della curva $p/\mu_g z$ corrispondenti rispettivamente alle ascisse p_{wf} e p_i .

L'integrale a primo membro nella 7.33c è dato, evidentemente, dall'area sottesa dalla curva AB rispetto all'asse x .

Tab. 7.1 - Equazioni per il flusso di gas in giacimento.

EQUAZIONE	COSTANTE	VALORE DELLE COSTANTI "C"		
		UNITA' SI	UNITA METRICHE PRATICHE	UNITA' DI CAMPO U.S.A.
<u>REGIME TRANSITORIO</u>				
$m(p_i) - m(p_{wf}) = C_1 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\log \frac{k t}{\phi \mu_g c_g r_w^2} + C_2 + \right.$ $\left. + 0,869 S + 0,869 D q_{sc} \right)$	C ₁	128,81	0,157	1640
	C ₂	0,351	- 4,885	- 3,228
<u>REGIME PSEUDO-STAZIONARIO</u>				
$m(p_e) - m(p_{wf}) = C_3 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\log \frac{r_e}{r_w} - 0,217 + \right.$ $\left. + 0,434 S + 0,434 D q_{sc} \right)$	C ₃	257,62	0,314	3280
	C ₄	257,62	0,314	3280
$m(\bar{p}) - m(p_{wf}) = C_4 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\log \frac{r_e}{r_w} - 0,326 + \right.$ $\left. + 0,434 S + 0,434 D q_{sc} \right)$	C ₄	257,62	0,314	3280
	C ₅	257,62	0,314	3280
<u>REGIME STAZIONARIO</u>				
$m(p_e) - m(p_{wf}) = C_5 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\log \frac{r_e}{r_w} + \right.$ $\left. + 0,434 S + 0,434 D q_{sc} \right)$	C ₅	257,62	0,314	3280
	C ₆	257,62	0,314	3280
$m(\bar{p}) - m(p_{wf}) = C_6 \frac{q_{sc} T}{k h} \left(\log \frac{r_e}{r_w} - 0,217 + \right.$ $\left. + 0,434 S + 0,434 D q_{sc} \right)$	C ₆	257,62	0,314	3280

(segue tab. 7.1)

GRANDEZZA	SIMBOLO	UNITA' DI MISURA		
		SI	METRICHE PRATICHE	U.S.A., DI CAMPO
comprimibilità isoterma del gas	C_g	Pa^{-1}	cm^2/kg	psi^{-1}
coefficiente per flusso in regime non-Darcy	D	s/m^3	giorni/ m^3	d/ 10^3scf
spessore dello strato	h	m	m	ft
permeabilità	k	m^2	md	md
pseudo-pressione del gas reale	$m(p)$	Pa/s	$(\text{kg}/\text{cm}^2)^2/\text{cP}$	$(\text{psi})^2/\text{cP}$
pressione al bordo esterno dell'area	p_e	Pa	kg/cm^2	psi
pressione iniziale	p_i	Pa	kg/cm^2	psi
pressione standard	p_{sc}	$1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	$1,033 \text{ kg}/\text{cm}^2$	$14,7 \text{ psia}$
pressione a fondo pozzo, in erogazione	p_{wf}	Pa	kg/cm^2	psi
pressione media nell'area di drenaggio	\bar{p}	Pa	kg/cm^2	psi
portata del gas in condizioni standard	q_{sc}	m^3/s	m^3/giorno	$10^3 \text{ scf}/\text{day}$
raggio esterno dell'area di drenaggio	r_e	m	m	ft
raggio del pozzo	r_w	m	m	ft
fattore di skin	S	ad.	ad.	ad.
tempo	t	s	min	ore
temperatura	T	K	K	R
temperatura standard	T_{sc}	$288,2 \text{ K}$	$288,2 \text{ K}$	$518,8 \text{ R}$
viscosità del gas	μ_g	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	cP	cP
porosità	ϕ	ad	ad	ad

7. L'INTERPRETAZIONE DELLE PROVE DI PRODUZIONE NEI POZZI A GAS

Il secondo membro della 7.33c equivale invece, come si può vedere dalla Fig. 7.5b, all'area sottesa dal *segmento AB* rispetto all'asse x.

Solo quando la curva AB coincide con il segmento AB la 7.33c è verificata.

In altre parole, perchè la soluzione in p^2 (Eq. 7.32) coincida con la soluzione in $m(p)$ è necessario che $p/\mu_g z$ sia una funzione lineare di p in tutto l'intervallo (p_{wf}, p_i) .

Tale situazione si verifica per p sufficientemente basso (in Fig. 7.1, $1 < p \leq 15$ MPa): in tale campo di pressioni è pertanto indifferente impiegare la 7.19b in $m(p)$ oppure la 7.32 in p^2 .

Si osserva poi che per pressioni sufficientemente alte ($p > 30$ MPa in Fig. 7.1) $p/\mu_g z$ assume un valore praticamente costante, indipendente dalla pressione. Si può quindi scrivere:

$$m(p_1) - m(p_2) = 2 \int_{p_2}^{p_1} \frac{p}{\mu_g z} dp = C (p_1 - p_2) \quad \dots (7.34)$$

con $\frac{C}{2} = \left(\frac{p}{\mu_g z} \right)_{av} =$ valore medio di $\frac{p}{\mu_g z}$ nell'intervallo (p_1, p_2) .

Se p_i e p_{wf} cadono entrambe in tale intervallo di pressioni la 7.19a può essere scritta:

$$p_i - p_{wf} = \frac{q_{sc}}{4\pi k h} \frac{1}{\left(\frac{p}{\mu_g z} \right)_{av}} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_g c_g r_w^2} + 0,809 + \right. \\ \left. + 2 S + 2 D q_{sc} \right) \quad \dots (7.19d)$$

ed assumere pertanto l'aspetto analogo alla 5.36b relativa al flusso in regime transitorio di liquidi a bassa comprimibilità.

In unità SI la 7.19c diviene:

$$p_i - p_{wf} = 27,98 \frac{q_{sc}}{(p/\mu_g z)_{av}} \frac{T}{k h} \left(\ln \frac{k t}{\phi \mu_g c_g r_w^2} + \right. \\ \left. + 0,809 + 2 S + 2 D q_{sc} \right) \quad \dots (7.19e)$$

Solo nell'intervallo di pressioni intermedio fra $(p/\mu_g z =$ funzione lineare di $p)$ e $(p/\mu_g z =$ costante) si rende necessario il ricorso alla pseudo-pressione $m(p)$ del gas reale.